
Caja Costarricense de Seguro Social
Presidencia Ejecutiva
Dirección Actuarial

OBSERVACIONES AL INFORME FINAL
ELABORADO POR LA FIRMA NATHAL ACTUARIOS
Y CONSULTORES, S.A. DE C.V.

Luis Guillermo López Vargas
Cristian Torres Jiménez

Octubre, 2008

TABLA DE CONTENIDO

<i>DETALLE</i>	<i>NÚMERO DE PÁGINA</i>
<i>I. INTRODUCCIÓN</i>	<i>1</i>
<i>II. ANTECEDENTES</i>	<i>1</i>
<i>III. OBSERVACIONES</i>	<i>4</i>
<i>Observaciones de Forma</i>	<i>4</i>
<i>Observaciones de Fondo</i>	<i>7</i>
<i>IV. CONCLUSIONES</i>	<i>20</i>
<i>V. ANEXOS</i>	<i>27</i>

RESUMEN EJECUTIVO

En el presente trabajo se analiza el documento titulado *“Informe Final de la Valuación Actuarial practicada al Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte de la Caja Costarricense de Seguro Social”* elaborado por la firma consultora Nathal Actuarios y Consultores S.A. de C.V. para la Superintendencia de Pensiones. Al respecto, cabe señalar que la participación de la Dirección Actuarial, en el proceso previo a la elaboración de este documento, se remonta aproximadamente a hace nueve meses, período en el cual pueden identificarse claramente cuatro momentos, a saber:

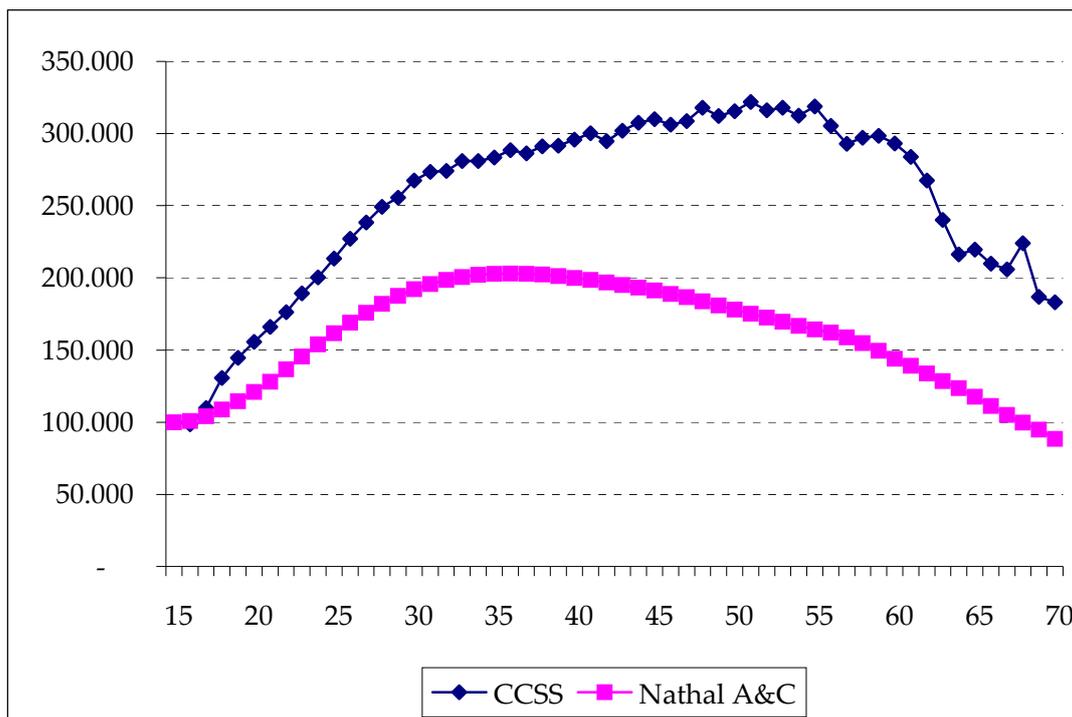
- a) El 09 de enero del 2008, la firma Nathal Actuarios, en reunión efectuada en la Presidencia Ejecutiva de la CCSS, presenta los resultados obtenidos en la Evaluación Actuarial efectuada al Régimen de IVM, y que fuera contratada por la Superintendencia de Pensiones. Considerando que los resultados – *salarios promedios, masa salarial y consecuentemente las primas* - diferían significativamente de los generados institucionalmente, se inicia un proceso de análisis y discusión entre la firma externa y la Dirección Actuarial. En el transcurso de ese proceso, la Dirección Actuarial detectó que la diferencia fundamental se encontraba en que la firma externa no incorporaba el concepto o variable *“Escala Salarial”*, que si toma en cuenta la Dirección Actuarial. Tal omisión, se reflejaba en menores salarios promedios, menores masas salariales y por tanto primas extremadamente altas, por parte de la firma externa.
- b) Hasta el 12 de junio del 2008, la firma Nathal Actuarios, no reconocía la existencia de la variable *“Escala Salarial”* en la proyección de las masas salariales. En ese sentido, dicha firma cuestionó la utilización de esa variable, por parte de la Dirección Actuarial, e inclusive en la reunión efectuada el 8 de abril del 2008, en la Presidencia Ejecutiva de la CCSS, llegó a denominarla *“error metodológico”*.
- c) El 13 de junio del 2008, luego de la reunión realizada en la Gerencia de Pensiones de la CCSS, la representación de la firma Nathal Actuarios, acepta que en las proyecciones de masas salariales, efectivamente debe considerarse el empleo de la variable *“Escala Salarial”*.
- d) En el informe final de Nathal Actuarios, presentado el 02 de setiembre del 2008, esta firma en consistencia con la aceptación efectuada el 13 de junio del 2008 - *indicada en el punto anterior* - incorpora en sus proyecciones la variable *“Escala Salarial”*. No obstante, los valores de la *“Escala Salarial”* que introduce, no reflejan la experiencia de nuestro país, por lo que las proyecciones de salarios promedios y masas salariales resultan subvaloradas, y las primas sobrevaloradas, mostrándose erróneamente un acortamiento en el período de equilibrio.

Considerando esos cuatro momentos, el presente documento recoge una serie de observaciones, respecto al informe final presentado por Nathal Actuarios el 02 de setiembre del 2008. No obstante la cantidad de observaciones, lo medular a destacar,

según el análisis de la Dirección Actuarial, se refiere a los resultados desproporcionados en cuanto a las proyecciones de salarios, masas salariales y la prima media general, lo cual es producto de una utilización incorrecta de la variable escala salarial, por parte de la firma externa. Esto, en el sentido de que la misma no recoge la evidencia salarial experimentada por Costa Rica en los últimos años, como si lo hace la Dirección Actuarial.

Sobre este punto en particular, obsérvese la siguiente gráfica:

COMPARACIÓN DE LAS ESCALAS SALARIALES

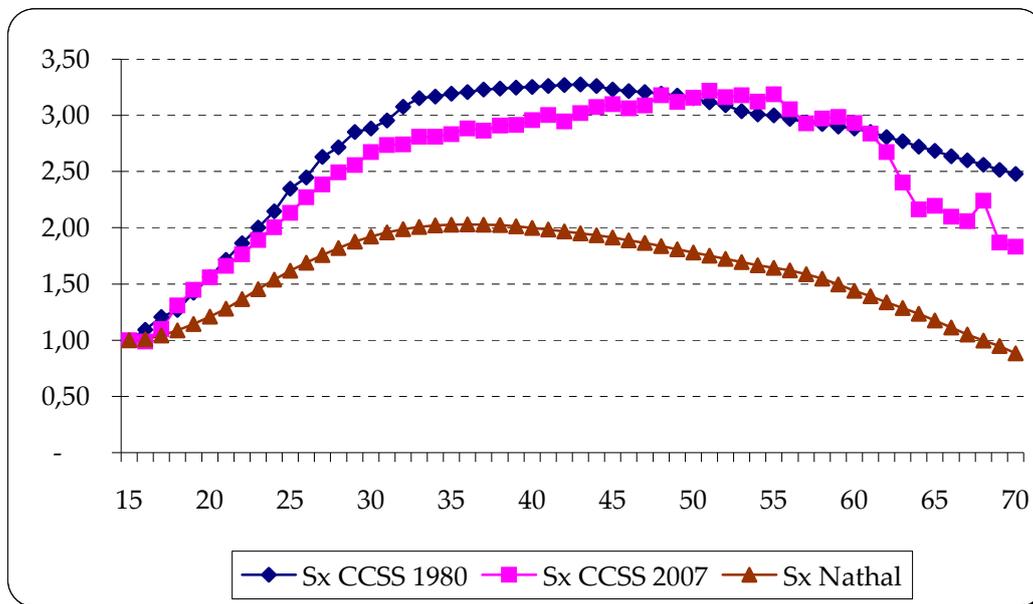


Nótese cómo la curva asociada a la escala salarial construida por Nathal Actuarios y Consultores S.A., se ubica muy por debajo de la utilizada por la Dirección Actuarial. Al respecto, cabe destacar que mientras que el punto máximo de la curva de la CCSS se presenta en la edad 51, donde casi el 90% de la población cotizante se ubica por debajo de esa edad, en el caso de la escala salarial de la firma externa el punto máximo se presenta a la edad 36, donde el 56% de la población cotizante se ubica por debajo de esa edad. Esto significa que según Nathal Actuarios, a partir de la edad 36 la escala salarial impulsa un proceso decreciente en los salarios, mientras que de acuerdo con la evidencia histórica de más de 30 años, ese proceso se presenta a partir de la edad 51, tal como lo aplica la Dirección Actuarial de la CCSS.

Esta enorme diferencia explica el por qué las proyecciones de masa salarial que realiza la firma externa, son significativamente inferiores a la efectuada por la CCSS. Consecuentemente, esto también explica que la prima media general, obtenida por la firma externa, así como las primas escalonadas resulten muy superiores a las proyectadas por la CCSS.

La siguiente gráfica demuestra la curva de salarios de hace 30 años y la actual, así como la construida por Nathal Actuarios.

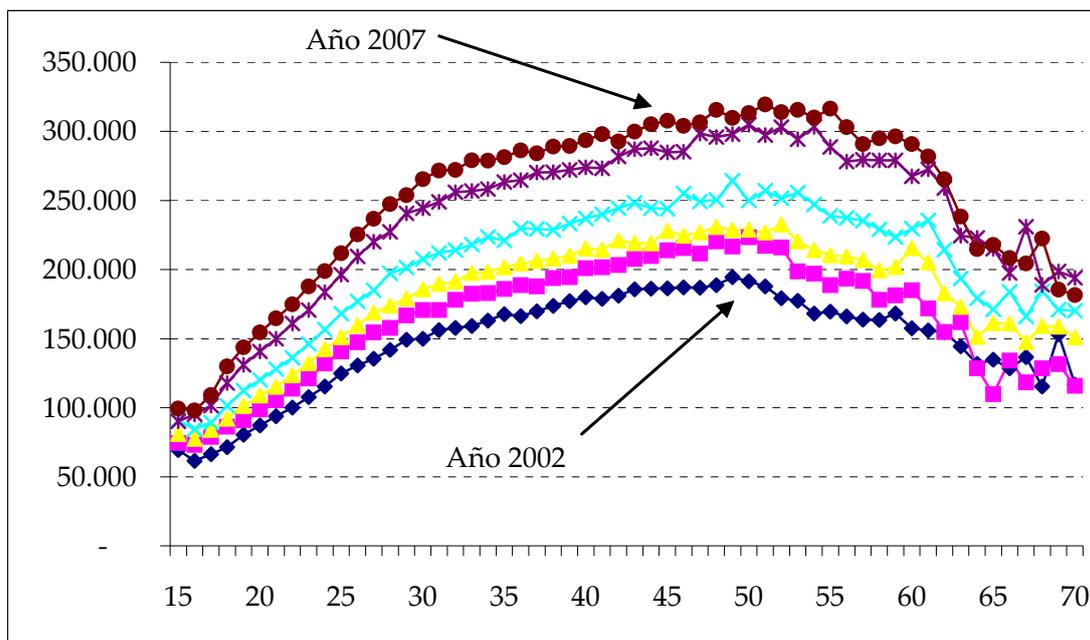
COMPARACIÓN DE LAS ESCALAS SALARIALES



La escala salarial *Sx ccss 1980* fue utilizada en la valuación actuarial de 1980, y se basó en estadísticas de hace 30 años aprox. (véase Anexo 8). En dicha gráfica, llama la atención de que las curvas denominadas “*Sx ccss 1980*” y “*Sx ccss 2007*” son muy parecidas, lo que es concordante con la intuición de que, a pesar de haber transcurrido casi 30 años entre las dos valuaciones, la forma de la curva es muy similar. De hecho, la diferencia entre ambas se calcula en un 7.8%. Por otro lado, nótese cómo la curva correspondiente a la escala salarial denominada “*Sx Nathal*” se ubica muy por debajo de ambas, lo que produce una subestimación en la proyección de los salarios. La diferencia entre las escalas “*Sx ccss 1980*” y “*Sx Nathal*” resulta en 72.1%.

Como complemento, la gráfica siguiente muestra el comportamiento de los salarios promedio para el periodo 2002-2007.

CURVA DE SALARIOS PROMEDIO 2002-2007, POR EDAD SIMPLE



Fuente: Dirección Actuarial.

Cabe destacar que el orden de las curvas guarda relación en el año respectivo, o sea que al año 2002 corresponde la curva más baja, y en ese orden al año 2007 corresponde la curva más alta. Nótese cómo al pasar del 2002 al 2007, la curva de salarios promedios se traslada hacia arriba pero mantiene su forma. *Ese es el supuesto que gobierna y explica la utilización de una escala salarial en la proyección futura de los salarios.*

Si bien Nathal Actuarios y Consultores S.A., aceptó tomar en cuenta una escala salarial en sus proyecciones financieras, debe tener cuidado con los valores que se le asignen a la escala, dado que si no existe correspondencia con la evidencia histórica, entonces los resultados carecen de capacidad predictiva. Precisamente, esta es la razón del por qué la incorporación de una escala salarial errónea, por parte de Nathal Actuarios y Consultores S.A., incrementó la prima media, respecto a la información anteriormente presentada por ellos.

OBSERVACIONES AL INFORME FINAL ELABORADO POR LA FIRMA NATHAL ACTUARIOS Y CONSULTORES, S.A. DE C.V.

I. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene por objetivo efectuar una serie de observaciones al documento: “ *Informe Final de la Valuación Actuarial Practicada al Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte, de la Caja Costarricense de Seguro Social.* ” elaborado por la Firma Nathal Actuarios y Consultores, S.A. de C.V. No obstante, previo a puntualizar tales observaciones, se estima conveniente realizar - *desde el punto de vista institucional* – una breve referencia de los antecedentes del proceso que generó tal informe.

En razón de lo anterior, la estructura de este trabajo incorpora tres apartados. En una primera parte, se aborda de manera resumida una reseña de los principales aspectos que caracterizaron este proceso; posteriormente se presentan de forma muy concreta las principales observaciones efectuadas al informe. Dentro de éstas, se estimó necesario clasificarlas en aquellas que se consideran de forma y las que se estiman de fondo. Aún y cuando lo sustantivo son estas últimas, la razón de incorporar las observaciones de forma obedece a que a lo largo del informe final de Nathal Actuarios y Consultores, se efectúan de manera reiterada afirmaciones con poco valor agregado, en términos de resultados, y que en general no son compartidas por la Dirección Actuarial. De ahí, que esas observaciones – *de forma* – se efectúan principalmente para evitar malas interpretaciones por parte de los lectores.

Por último, se consideró oportuno incorporar las conclusiones más relevantes del análisis, así como del proceso en general, a efecto de cumplir con la rigurosidad requerida y a la vez propiciar una mayor comprensión del análisis realizado.

II. ANTECEDENTES

El 09 de enero del 2008 la firma Nathal Actuarios y Consultores S.A., acompañada de funcionarios de la Superintendencia de Pensiones, presentaron ante la Caja Costarricense de Seguro Social, los resultados de la evaluación actuarial efectuada al Seguro de Invalidez, Vejez y Muerte, con corte al 30 de junio del 2007. Posteriormente, mediante Oficio SP- 126 del 13 de enero del 2008, suscrito por el Lic. Javier Cascante Elizondo, Superintendente de Pensiones, se remite a nuestra Institución el documento “ *Superintendencia de Pensiones de Costa Rica, Compendio de Informes Actuariales del Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte, Caja Costarricense de Seguro Social* ” el cual contiene los siguientes apartados:

1. Análisis del marco jurídico que rige al Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte.
2. Recopilación, análisis y validación de información financiera y estadística del Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte.

3. Definición de las hipótesis financieras, biométricas, y demográficas utilizadas para la valuación actuarial.
4. Valuación actuarial al sistema vigente.
5. Determinación de la prima media general.
6. Determinación del período de suficiencia de la reserva técnica.
7. Análisis de la estructura de la reserva técnica.
8. Apartado con las conclusiones y recomendaciones más importantes, resultantes de la valuación actuarial.

Sobre estos documentos, la Dirección Actuarial de la Caja Costarricense de Seguro Social, en febrero del 2008, realizó una serie de observaciones, dentro de las cuales destacaron:

- a) La firma externa Nathal Actuarios y Consultores S.A., incurrió en la utilización de aproximadamente 100 mil cotizantes menos, de los que realmente se encontraban registrados a esa fecha. Así mismo, se detectó el uso de cerca de 11 mil pensionados más, de los efectivamente existentes.
- b) Los resultados de las proyecciones financieras presentadas por la firma Nathal Actuarios, mostraba diferencias injustificadas entre la tasa nominal de incremento salarial -9.08%- y las tasas resultantes utilizadas. En este sentido, tomando en cuenta las entradas y salidas de cotizantes al régimen, así como el comportamiento histórico, matemáticamente se esperarían tasas cercanas al 9.08%, y no niveles significativamente inferiores.

La observación relacionada con la base de datos de cotizantes y pensionados fue acogida por la firma externa, no así lo referente a los salarios. Ante esa situación, se programaron sesiones de trabajo en donde se discutieron diversos aspectos, en relación con las metodologías empleadas. Así mismo, en el abordaje del tema salarial, y en el afán de demostrar que las tasas de crecimiento salarial debían ser superiores a las empleadas por la firma externa, la Dirección Actuarial efectuó el siguiente planteamiento:

Proposición: Si la fórmula para calcular el salario promedio es $S_{n,x} = S_{n-1,x}(1 + G_n)$, y se supone que la población de activos es no decreciente, entonces la tasa de crecimiento del salario promedio para el año n de proyección G_n^* , calculada a partir de la proyección de la masa salarial satisface la siguiente relación:

$$(1 + G_n^*) \geq \frac{(1 + G_n)}{(1 + \rho_n)}$$

donde:

$S_{n,x}$: es el salario promedio para un individuo de edad x en el año n ;

G_n : es la hipótesis de crecimiento de los salarios para el año n ; y

ρ_n : es la hipótesis de crecimiento de la población de activos para el año n .

La aplicación de esa desigualdad, a los datos obtenidos de la proyección de activos y masa salarial de la firma externa, conduce a los resultados que muestra la siguiente tabla.

Aplicación de la Proposición Matemática a las Proyecciones de Nathal Actuarios y Consultores

Año	DATOS DE NATHAL ACTUARIOS Y CONSULTORES					PROPOSICIÓN MATEMÁTICA
	Activos	Crecimiento Poblacional	Masa salarial	Salario Promedio	Crecimiento de los salarios calculado a partir de las proyecciones de Nathal.	Cota inferior para el crecimiento de los salarios, según Dirección Actuarial
2035	1.595.662	-	35.254.543	1.841.166	-	-
2036	1.610.601	0,94%	37.980.611	1.965.137	6,73%	8,07%
2037	1.625.934	0,95%	40.926.966	2.097.613	6,74%	8,05%
2038	1.641.142	0,94%	44.100.406	2.239.315	6,76%	8,07%
2039	1.656.311	0,92%	47.524.317	2.391.073	6,78%	8,08%
2040	1.671.420	0,91%	51.226.882	2.554.060	6,82%	8,09%

Del cuadro anterior se observa que el crecimiento de los salarios derivado de las proyecciones de Nathal Actuarios y Consultores no satisface la cota mínima derivada de la proposición antes enunciada. En otras palabras, a pesar de que al modelo de proyección de Nathal Actuarios y Consultores (implementado mediante el programa SISPEN) se le introduce la hipótesis del 9.08% de crecimiento anual de los salarios, una vez obtenidas las proyecciones financieras, el crecimiento resultante de los salarios se alejan significativamente de ese porcentaje. Por ejemplo, para el año 2036 el salario promedio crecería (según las proyecciones de Nathal) 6.73% siendo que, teóricamente no puede ser inferior al 8.07% que predice la proposición matemática.

El resultado de la tabla anterior dio una alerta, por cuanto se esperaba que si la hipótesis que se le introduce al modelo es del 9.08% anual, las proyecciones deberían arrojar crecimientos salariales más cercanos a ese valor; por lo que se concluye que el modelo estaría dejando algo por fuera. Posteriormente, el análisis de esta situación permitió a la Dirección Actuarial determinar que efectivamente, el modelo de Nathal Actuarios y Consultores no estaba considerando una variable denominada “*Escala Salarial*”, que describe la estructura de los salarios en una población, variable que es fundamental en la proyección de salarios futuros.

Cabe destacar que lo anterior, matemáticamente, no fue refutado por la firma externa, aspecto que resultó poco conveniente a los objetivos de determinación de los elementos que explicaran las importantes diferencias, entre los resultados de la evaluación actuarial efectuada por Nathal Actuarios y Consultores S.A., respecto a la realizada por la Dirección Actuarial de la Caja Costarricense de Seguro Social.

Ante esas diferencias, y dadas las afirmaciones realizadas en diversas reuniones, en torno a que el sistema informático utilizado por la Dirección Actuarial de la Caja Costarricense de Seguro Social – **PRODEFI** – está tecnológicamente rezagado, respecto al empleado por ellos, surgió la propuesta de abrir ambos sistemas. Esto, con el propósito expreso de determinar si la formulación era adecuada, así como verificar la consistencia entre los códigos fuentes y los ejecutables.

Para el cumplimiento de ese cometido, se acordó la realización de sesiones técnicas, con participación tanto del área actuarial como de profesionales en informática de ambas partes. Tales sesiones se llevaron a cabo del 09 al 13 de junio del 2008, obteniéndose los resultados esperados, en cuanto a que ambos sistemas garantizan la consistencia entre la formulación y los respectivos códigos.

Con la evacuación de dudas respecto a la eficiencia operativa de los sistemas, la discusión retorna nuevamente a la variable salarial, tal como esta Dirección había indicado tiempo atrás. En este sentido, en el transcurso de las sesiones, y principalmente en la reunión del 13 de junio, en presencia de funcionarios de la Superintendencia de Pensiones, de la CCSS y de la empresa Nathal Actuarios y Consultores, se señaló la omisión de la firma externa en cuanto a la no consideración de la **“escala salarial”** en las proyecciones, aspecto que fue aceptado por los representantes de esa firma.

Posteriormente, en reunión celebrada el 02 de setiembre del 2008, la firma externa hace entrega del documento **“Informe Final de la Valuación Actuarial practicada al Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte de la Caja Costarricense de Seguro Social”**, en el cual, a diferencia de las anteriores proyecciones, se introduce la **“escala salarial”**. Es precisamente sobre este documento, que a continuación se efectúan una serie de observaciones.

III. OBSERVACIONES

Aunque lo sustantivo de este apartado, corresponde a las observaciones de fondo que se realizan al Informe final de Nathal Actuarios y Consultores S.A., se ha considerado conveniente y necesario, incorporar algunas observaciones de forma, ya que el informe presentado muestra gran cantidad de afirmaciones que sin tener valor agregado, resultan tendenciosas y en determinados casos podrían inducir a error al lector.

3.1 Observaciones de Forma

1. En la página 1, punto 3, se menciona que **“ (...) En cuanto a la tasa de retiro desarrollada por la CCSS se detectó en algunas edades que la probabilidad de retiro es mayor a 1 lo que evidentemente es un error ya que por los fundamentos básicos de la teoría de probabilidades estas no pueden ser superiores a la**

unidad”. Respecto a este comentario de Nathal Actuarios y Consultores S.A., cabe destacar que éste es un aspecto que se atendió en su oportunidad. Así mismo, esta Dirección tiene claro que una probabilidad es una cifra que oscila entre 0 y 1, por lo que resulta innecesario que Nathal Actuarios y Consultores S.A. recurra a los *“fundamentos básicos de la teoría de probabilidades”* para explicar algo que fue corregido en su oportunidad, y que representa un tema superado.

2. En la página 2, punto 5, debe tenerse precaución a la hora de comparar una prima media general, en este caso el 16.79% obtenida por Nathal Actuarios y Consultores, con la prima vigente del 7.50%. Esto, por cuanto el método de financiamiento del Seguro de Invalidez, Vejez y Muerte, administrado por la CCSS es de primas escalonadas, y por tanto la comparación carece de sentido, ya que no se está tomando en cuenta que ese 7.50% crece quinquenalmente. Al respecto, debe tenerse presente que la reforma del 2005 establece que al 2035 la prima escalonada es de 10.50%. Así mismo, antes de ese año probablemente se valoren nuevos escalones en la prima, tal como es natural en un sistema previsional de esa naturaleza. Por lo anterior no es válida la comparación efectuada por Nathal Actuarios.
3. En la página 4, cuarto párrafo, se menciona lo siguiente: *“Después de presentarse y discutirse los resultados de los escenarios se mantuvieron las diferencias en las masas salariales y los cuestionamientos en las metodologías utilizadas por los equipos técnicos, en consecuencia Nathal Actuarios y Consultores propuso que los sistemas informáticos utilizados se mostraran a las partes con el objetivo de encontrar las diferencias”*. Respecto a lo anterior, la firma externa omite mencionar que ya para ese entonces, la Dirección Actuarial tenía identificada la fuente que generaba la diferencia en las proyecciones de las masas salariales, a saber, la ausencia del factor de escala salarial en las proyecciones de Nathal Actuarios y Consultores. Al respecto, la escala salarial se refiere a que los salarios correspondientes a edades simples, varían en función de variables exógenas y características propias del mercado laboral y el entorno económico, las cuales se recogen en las curvas de salarios observadas en los últimos años. Adicionalmente, cabe destacar que este fenómeno es mencionado en los textos de la OIT y que el tema de la escala salarial se mencionó, tanto en la reunión técnica, como en el despacho de la Presidencia Ejecutiva de la Caja Costarricense de Seguro Social.
4. En la página 6, punto último del miércoles 11 de junio, no lleva razón Nathal Actuarios y Consultores S.A., al decir que *“La base técnica presentada se encuentra en los textos técnicos publicados por la OIT para valuaciones actuariales de Regímenes de Seguridad Social”*. Las fórmulas financieras que presentó Nathal Actuarios y Consultores en la semana del 9 al 13 de junio del 2008, y que fueron objeto de discusión hasta antes de presentar el informe final, no consideraba la variable de la escala salarial, lo que para la Dirección Actuarial no es más que un grave error metodológico. Por el contrario, los textos publicados por la OIT, sí consideran la escala salarial.

5. En la página 6, punto tercero, del jueves 12 de junio, Nathal Actuarios y Consultores S.A., expresa que: **“El sistema PRODEFI no calcula la Indemnización por Muerte, sin embargo este beneficio tiene un impacto despreciable en los costos”**. Respecto a esta anotación, se les explicó a los técnicos de Nathal Actuarios y Consultores, que precisamente por ser un costo cuyo impacto es despreciable, se incluía en el rubro de **“Otros Gastos”**, calculado por medio de estadísticas de años anteriores. Esta aclaración es necesaria para evitar que el lector infiera que tal concepto no es considerado en el cálculo.
6. En la página 7, cuarto punto, del jueves 12 de junio, Nathal Actuarios y Consultores S.A., afirma que la metodología utilizada por el PRODEFI **“no se encuentra en los textos técnicos publicados por la OIT para este tipo de valuaciones”**. Incuestionablemente, esta afirmación, es tendenciosa e incorrecta, ya que desde el informe presentado en mayo, la Dirección Actuarial ha venido haciendo referencia a la metodología de la OIT.
7. En la página 8, segundo punto, se menciona que la información recibida considera el histórico del vector de salarios promedio 2002-2007. Debe aclararse, que esta información en particular, no había sido considerada por Nathal Actuarios y Consultores S.A., sino hasta la presentación del informe final, objeto del presente análisis.
8. En la página 19, dentro del primer párrafo se extrae el siguiente texto: **“Vale la pena señalar que aunque la Dirección Actuarial de la CCSS proporcionó todas las hipótesis solicitadas, estas no se acompañaron de información que sustentara dicha elección”**. La selección de hipótesis se efectúa, tomando en cuenta el conocimiento de las condiciones del entorno, así como la experiencia y evolución observada en determinadas variables. En ese marco, se le proporcionaron las hipótesis a la firma externa. De ahí que, en caso de duda, lo común sería que la firma externa solicitara los elementos que las justifican, o bien realizar las respectivas construcciones o elecciones, tal como lo hicieron con las tablas de vida e invalidez. En ese sentido, creemos que el comentario de Nathal Actuarios y Consultores no es válido.
9. En la página 21, Nathal Actuarios y Consultores S.A., menciona que: **“(…) Este hecho hace evidente la necesidad de que la CCSS publique información estadística para que cualquier persona interesada pueda validar las hipótesis utilizadas en sus valuaciones actuariales”**. Debe indicarse, que la Dirección Actuarial cuenta con un Departamento de Estadística, que elabora continuamente estadísticas de los seguros administrados por la Caja Costarricense de Seguro Social, mismas que están disponibles en la página web de la CCSS (véase www.ccss.sa.cr). Esa afirmación induce a que el lector crea que hubo falta de información por parte de la Dirección Actuarial, que condujo a Nathal Actuarios y Consultores a no considerar la escala salarial.
10. La Recomendación 17, página 38, está totalmente fuera de lugar. Insiste Nathal Actuarios y Consultores S.A., en referir a los **“principios básicos de las probabilidades”** en relación a algo que ya hace mucho había sido superado y aclarado.

Observaciones de Fondo

1. En la página 4, párrafo último, Nathal Actuarios y Consultores expresa que: ***“Es importante mencionar que a la fecha de entrega del presente informe la Dirección Actuarial no ha presentado resultados de ninguna valuación actuarial salvo lo contenido en el Informe de ‘Evaluación Actuarial del Seguro de Invalidez, Vejez y Muerte’ practicada al 31 de diciembre del 2006, por lo que no fue posible establecer diferencias o realizar comparación alguna”***. Esta afirmación induce a malas interpretaciones, ya que, debe considerarse que si bien es cierto no existe un documento titulado ***“Valuación Actuarial del Seguro de IVM al 31 de diciembre del 2007”***, elaborado por la Dirección Actuarial, sí se cuenta con las proyecciones demográficas y financieras que en fin último, es uno de los objetivos de una valuación actuarial de un seguro de ese tipo. Dichas proyecciones demográficas y financieras, así como el balance actuarial fueron suministradas a los técnicos de Nathal Actuarios y Consultores por medio magnético. Por lo anterior, no lleva razón Nathal Actuarios y Consultores al decir que ***“no fue posible (...) realizar comparación alguna”***, lo que contradice el cuadro de la página 32 del informe de Nathal, donde compara en particular la prima media general.
2. En la página 5, punto tercero, del lunes 9 de junio, Nathal Actuarios y Consultores expresa lo siguiente: ***“Se revisó el módulo de Hipótesis financieras y demográficas del PRODEFI el cual contempla todas las hipótesis necesarias para la valuación excepto la escala salarial sin embargo más adelante se afirmó que se utiliza una escala salarial.”***

Con respecto a este punto, Nathal Actuarios y Consultores deja de lado las menciones que en determinadas reuniones, previas al 09 de junio, efectúa la Dirección Actuarial, respecto a la existencia de una escala salarial. Por otra parte, la escala salarial en sí NO es una hipótesis, sino una variable; por lo que todo estudio actuarial debe considerarla. Lo que sí es hipótesis es la serie de valores que se le asigne a la escala salarial. Aún así, Nathal Actuarios y Consultores S.A., insiste en darle a la escala salarial la naturaleza de hipótesis y no de variable. Se supone que lo anterior constituye un medio de justificar la omisión en sus proyecciones financieras. En este punto, es importante enfatizar que a la fecha, Nathal Actuarios y Consultores no ha presentado referencia bibliográfica alguna, en donde se valide la metodología de proyectar los salarios **sin tomar en cuenta la variable de la escala salarial**. Por último, también desconoce Nathal Actuarios y Consultores el hecho, ampliamente explicado, de que la fórmula matemática utilizada por el modelo PRODEFI lleva implícita el efecto de la escala salarial.

3. En la página N° 5, punto primero, del martes 10 de junio, Nathal Actuarios y Consultores expresa que: ***“(…) La base técnica presentada por la Dirección Actuarial para la proyección de la masa salarial no se encuentra en los textos publicados por la OIT para las valuaciones actuariales de Regímenes de Seguridad Social ni tampoco en otras referencias”***.

Esta afirmación es incorrecta, ya que la fórmula utilizada por el PRODEFI puede derivarse de la fórmula (7.26a), página 311 del texto *“Técnicas Actuariales de la Seguridad Social (Regímenes de las pensiones de invalidez, vejez y sobrevivientes)”* del Dr. Peter Thullen, Informe 43 de la OIT, tal como se demostró en la prueba matemática efectuada en la reunión del 13 de junio en el despacho del Gerente de Pensiones. Muy por el contrario, en todo el proceso de las reuniones técnicas, Nathal Actuarios y Consultores no presentó (y sigue sin presentar) evidencia técnica del origen de la metodología de proyección de salarios sin escala salarial. (Véase Anexo 6 del presente documento).

En este punto, llama poderosamente la atención el hecho de que, luego de que en Nathal Actuarios y Consultores, se dieron cuenta del error de no utilizar la escala salarial en sus proyecciones, incluyen en su informe final, en forma insistente, la frase *“La base técnica - de SISPEN- presentada se encuentra en los textos técnicos publicados por la OIT para valuaciones actuariales de Regímenes de Seguridad Social”* (véase página 6, último punto del día miércoles 11 de junio).

4. En la página 7, punto sétimo, del jueves 12 de junio, se menciona que *“ Como las metodologías de proyección de salarios difiere Nathal Actuarios y Consultores solicitó realizar una prueba en ambos sistemas para tratar de determinar la magnitud de las diferencias, dicha prueba no fue realizada ya que según la Dirección Actuarial no aportaría ningún valor agregado a la reunión”*.

En este punto del informe se tergiversa la realidad, lo que se considera inclusive descortés. Para ese entonces, tanto los técnicos de la firma externa como la Dirección Actuarial teníamos plenamente identificada la fuente que generaba las diferencias en las proyecciones de la masa salarial, a saber, que Nathal Actuarios y Consultores **no estaba considerando la variable de escala salarial**, lo que produce una importante subestimación en la proyección de los salarios. Efectivamente, los técnicos de Nathal Actuarios y Consultores hicieron la sugerencia de que ellos iban a implementar al SISPEN la escala salarial y en forma paralela que al PRODEFI se le suprimiera dicha variable. ¿Tiene sentido suprimirle al PRODEFI la escala salarial, cuando ya se sabe que eso es un grave error metodológico? Es claro que no tiene sentido, y en ese marco, es que la Dirección Actuarial expresamente aclaró que, para el caso *específico del PRODEFI*, el hecho de suprimirle la escala salarial no aportaba al proceso ningún valor agregado.

5. En la página 7, punto único del viernes 13 de junio, Nathal Actuarios y Consultores, omite por completo la exposición presentada por la Dirección Actuarial, misma que consumió prácticamente toda la reunión, y que se resume en los siguientes puntos:

- ✚ Se estableció la diferencia entre una variable y una hipótesis, y se explicó que la escala salarial es una variable. El no considerarla equivale a un error metodológico.
- ✚ Se señalaron las consecuencias que tiene el no considerar la escala salarial en las proyecciones de los salarios. En este punto quedó evidenciado por medio

de una serie de gráficas y cuadros, por qué es importante tomar en consideración la escala salarial.

- ✚ Se realizó la demostración matemática de la procedencia de la fórmula utilizada por el PRODEFI para proyectar los salarios. (Véase el Anexo 6).
- ✚ Se presentó la evidencia histórica de cómo se comporta la curva de salarios para distintos años. Se trata de una serie del 2002 al 2007 con salarios promedio por edad simple. (Véase Anexo 1).

Existe la posibilidad de que la importante omisión de los puntos anteriores en el informe final de Nathal Actuarios y Consultores S.A., se deba a que finalmente, por medio de experiencia histórica, varios ejemplos y prueba matemática, quedó totalmente aclarado, tanto para la Superintendencia de Pensiones como para las Autoridades Superiores de la Caja, que la metodología de Nathal Actuarios y Consultores (sistema SISPEN) acarrea un error metodológico, al no considerar la variable de escala salarial, error que no es tratado sino hasta en el informe final, objeto del presente análisis.

6. En la página 11, apartado de Hipótesis económico-financieras, Nathal Actuarios y Consultores, introduce el punto 7 “**Escala salarial**” Debe aclararse, que durante todo el proceso anterior a la presentación del informe final, Nathal Actuarios y Consultores NO había considerado esa variable dentro de sus proyecciones financieras, lo cual representa una omisión muy significativa. No obstante, a pesar de que en el informe final incorporan dicha variable, los valores que le asignan no representan la realidad de Costa Rica, lo que, como veremos luego, conduce a una subestimación de la masa salarial y consecuentemente a primas muy altas.
7. En la página 20, Nathal Actuarios y Consultores S.A., introduce un apartado dedicado a la Escala Salarial. El primer párrafo dice: “***Durante la reunión CCSS- Nathal Actuarios y Consultores, el personal de la Dirección Actuarial tuvo la gentileza de proporcionar a la Firma consultora un archivo con datos sobre el número de activos y salario promedio por edad del RIVM desde junio del 2002 a junio del 2007. A partir de dicha información, y con el fin de afinar el modelo de proyección, se desarrolló una escala salarial***” (el subrayado no es del original)

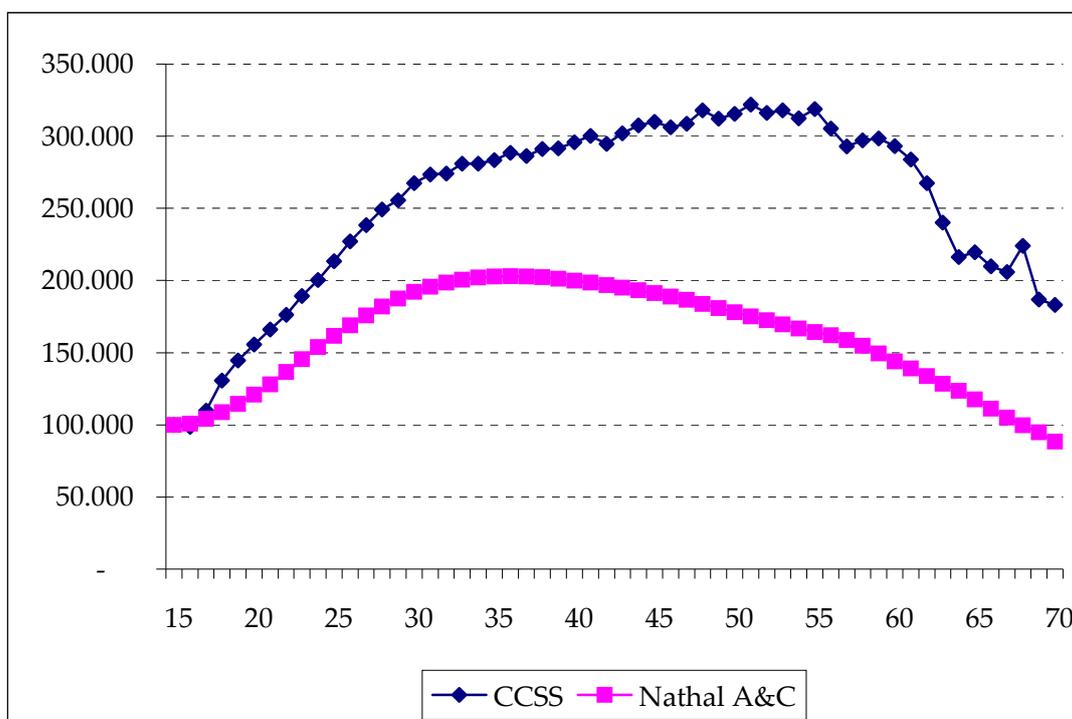
En este punto es importante efectuar los siguientes comentarios:

- ◆ La firma externa afirma que la adopción de la escala salarial viene solamente a “**afinar**” el modelo, cuando lo correcto es que su omisión constituyó un error metodológico a lo largo de todo el proceso previo a la presentación del informe final. La escala salarial es parte consustancial del modelo, por lo que señalar que “**afina**” el modelo, es minimizar su importancia. Esa es una variable que describe la dinámica de una población particular, dinámica que refleja la realidad de un periodo determinado, previo al periodo de proyección. Por hipótesis, se supone que ésta se mantiene inalterada a lo largo de todo el periodo de proyección, de igual forma como se hace con el resto de variables (mortalidad, tasas de jubilación o invalidez, hipótesis

financieras, etc.) Dicha hipótesis es consistente con lo observado en las últimas tres décadas. En efecto, la curva de salarios promedios basada en información de 1977-1979 tiene una forma muy parecida a la correspondiente al periodo 2002-2007 (ver gráficas 1 a 3)

- ◆ Los datos mencionados (activos y salarios promedios 2002-2007) constituye una fuente adicional de información elaborada con el fin de mostrar, tanto a los técnicos de Nathal Actuarios y Consultores S.A., como a las Autoridades Superiores de la SUPEN y de la CCSS, que la escala salarial se refleja en forma natural en la evolución histórica (datos reales), durante el periodo 2002-2007, fenómeno visible en la proyección de los salarios de la Dirección Actuarial y que Nathal Actuarios y Consultores S.A., denominó “*error metodológico*” en una de las reuniones en la Presidencia de la CCSS.
8. En la Tabla 3 de la página 22, se muestra la escala salarial construida por Nathal Actuarios y Consultores S.A. No obstante, no se aclara cómo fue elaborada. En este punto, es importante reiterar que la fórmula matemática utilizada por el sistema de proyecciones PRODEFI emplea EN FORMA IMPLÍCITA la escala salarial derivada de la experiencia del año 2007, que es el año de referencia de la valuación actuarial. Así mismo, se utiliza el supuesto de que la estructura derivada se mantiene inalterada durante todo el periodo de proyección. La Gráfica 1 muestra las curvas asociadas a las dos escalas salariales.

GRÁFICA 1
COMPARACIÓN DE LAS ESCALAS SALARIALES



Fuente: Dirección Actuarial.

Nótese cómo la curva asociada a la escala salarial construida por Nathal Actuarios y Consultores S.A., se ubica muy por debajo de la utilizada por la Dirección Actuarial. Aunque es evidente que la escala de Nathal Actuarios, está mal construida – ***dado que no refleja la realidad de nuestro país*** - el señalamiento de aspectos concretos se ve limitado, en razón de que la firma no presenta en su informe final la metodología de construcción de esa escala. Al respecto, cabe destacar que mientras que el punto máximo de la curva de la CCSS se presenta en la edad 51, donde casi el 90% de la población cotizante se ubica por debajo de esa edad, en el caso de la escala salarial de la firma externa el punto máximo se presenta a la edad 36, donde el 56% de la población cotizante se ubica por debajo de esa edad. Esta enorme diferencia explica porqué las proyecciones de masa salarial que realiza la firma externa, son significativamente inferiores a la efectuada por la CCSS. Consecuentemente, esto también explica que la prima media general, obtenida por la firma externa, resulta muy superior a la proyectada por la CCSS.

Adicionalmente, cabe destacar que una curva con mayor pendiente en los tramos de mayor población, respecto a otra curva, resulta en mayores factores y en consecuencia en una proyección de mayores salarios.

9. Nathal Actuarios y Consultores S.A., utiliza la fórmula (1) de la página 22 del informe, para reproducir la Tabla 4 de la página 23. Esto, en el afán de demostrar que sus proyecciones son adecuadas, reproduciendo en alguna medida la experiencia histórica. Sin embargo, cabe destacar lo siguiente:

- ◆ La fórmula (1) NO fue la utilizada por el sistema SISPEN.
- ◆ La Tabla 4 no se obtiene a partir de la fórmula (1). En efecto, se realizó el ejercicio de calcular el salario promedio del grupo de 43 años de edad en el 2002, para el periodo 2002-2007, llegando a los siguientes resultados:

$$\text{Salariopro medio (44,2003)} = 185.688(1.01)(1.1021) \frac{193.263}{195.076} = 204.772$$

$$\text{Salariopro medio (45,2004)} = 204.772(1.01)(1.1021) \frac{191.215}{193.263} = 225.521$$

$$\text{Salariopromedio (46,2005)} = 225.521(1.01)(1.1021) \frac{188.819}{191.215} = 247.887$$

$$\text{Salariopro medio (47,2006)} = 247.887(1.01)(1.1021) \frac{186.503}{188.819} = 272.543$$

$$\text{Salariopro medio (48,2007)} = 272.543(1.01)(1.1021) \frac{183.667}{186.503} = 298.761$$

En otras palabras, el salario del grupo de edad 48 para el año 2007 es de ¢298.761, diferente a los ¢315.134 de la Tabla 4. En el Anexo 5 se muestran los cálculos para las otras edades. En adición, el promedio de las diferencias relativas *– respecto a la realidad –* para el rango de edades 20-65 es -5.67% y no de -0.50% como lo menciona Nathal Actuarios y Consultores S.A. Como reflexión, si se da una diferencia de -5.67% en tan solo cinco años de proyección, es de esperar que en una proyección de 100 años las diferencias sean abismales, es decir, el modelo de proyección con la escala salarial calculada por Nathal no refleja la realidad del régimen en el futuro.

10. En la página 25 del informe bajo análisis, se indica **“Nathal Actuarios y Consultores utiliza la siguiente ecuación (documentada en los informes técnicos de la OIT):**

$$MS(x, s, t) = MS(x - 1, s - 1, t - 1)(1 + \text{infl})(1 + \text{csal}) \frac{s_x}{s_{x-1}} p_{x-1}^{(aa)} \dots\dots\dots(2)$$

Respecto a la anterior afirmación, hay que hacer varias anotaciones:

- ◆ Llama la atención la repentina insistencia de la firma externa en mencionar que su metodología se apega a lo indicado por documentos técnicos de la OIT, como tratando de inculcar en el lector que la CCSS no se sustenta en esos documentos. Al respecto, cabe recalcar que también la metodología de la CCSS se apega a tales documentos. Inclusive, desde los inicios de este proceso, ha sido la CCSS la que ha efectuado insistentemente la referencia de **“Técnicas Actuariales de la Seguridad Social “** Dr. Peter Thullen, publicado por la OIT.
- ◆ La fórmula (2) **NO** fue la que Nathal Actuarios y Consultores S.A. utilizó en sus proyecciones, durante todo el proceso previo a la presentación del informe final. En su lugar, la fórmula utilizada fue la siguiente:

$$MS_{\{a,e,s\}} = MS_{\{a-1,e-1,s-1\}} * p_{e-1}^{(T)} * (1+ISAL(a-1))$$

La diferencia de los parámetros a, e y s versus x, s y t es irrelevante. El término ISAL(a-1) equivale al producto (1+infl)(1+csal) y el superíndice T (población total) es reemplazado por la doble a en la fórmula (2) para enfatizar “población de activos”. Lo anterior solamente demuestra que la fuente inicial utilizada por Nathal Actuarios y Consultores S.A., difiere de la mencionada en forma recurrente, a saber, de los textos oficiales de la OIT. Aunque estos son cambios de forma, lo cierto es que sí se da un cambio de fondo, a saber, que la fórmula utilizada por Nathal Actuarios y Consultores S.A., antes del informe final, no considera el cociente s(x)/s(x-1) que introduce la escala salarial. En relación a este hecho, véase los Anexos 2, 3 y 4. Ya en el informe final, la firma externa sí considera la escala salarial s(x), pero los valores que le asigna no corresponde a la realidad de nuestro país, lo que genera un nuevo error en el modelo.

11. En el último párrafo de la página 25, Nathal Actuarios y Consultores S.A., expresa que:

“Dicha ecuación se había presentado con anterioridad sin el cociente de escalas salariales debido a que no se contaba con elementos estadísticos para determinar la necesidad de utilizarla. Después de analizar los datos con los salarios promedios por edad del periodo 2002-2007 otorgados por el personal de la Dirección Actuarial se determinó la necesidad de utilizar una escala salarial.”

La firma externa induce al lector a pensar que el uso o no de una escala salarial en una proyección de salarios queda a criterio del actuario, lo cual no es correcto. Lo anterior sería como pretender que se haga una proyección de una población sin tomar en cuenta una tabla de mortalidad. **La escala salarial establece la estructura de los salarios de una población particular, por lo que es de esperar que sea distinta para poblaciones distintas. Desconocer esa estructura en la proyección de salarios es un grave error metodológico.**

12. En la página 26, Nathal Actuarios y Consultores S.A., analiza de forma muy rápida la fórmula matemática utilizada por el sistema PRODEFI, a saber

$$S(x,t) = S(x,t-1) (1+csal) (1+infl) \dots\dots\dots (3),$$

No obstante, la firma externa omite varios puntos importantes:

- ◆ En el informe final omite por completo lo expuesto en la reunión del viernes 13 de junio pasado en el despacho del Gerente de Pensiones, en particular, omite mencionar que se mostró la prueba matemática de dónde procede la fórmula (3). Si bien los técnicos de Nathal Actuarios y Consultores, S.A., expresaron que la prueba tenía un error, no aparece escrito en el informe final cuál es concretamente el error. En el Anexo 6 se reproduce la prueba mostrada a Nathal Actuarios y Consultores S.A., en la reunión del viernes 13 de junio pasado.

13. En la página 27, último párrafo, Nathal Actuarios y Consultores S.A., argumenta que con la ecuación (3) utilizada por el sistema PRODEFI, el ejercicio de proyectar los salarios del periodo 2003-2007 produce una diferencia de 5.4% para el tramo de edades 20-65, mientras que con el modelo utilizado por Nathal Actuarios y Consultores S.A., la diferencia promedio es de -0.5%. En este punto, es importante indicar que en la reunión del viernes 13 de junio pasado en el despacho del Gerente de Pensiones, los técnicos de Nathal Actuarios y Consultores S.A., argumentaron que la diferencia de las proyecciones, utilizando la metodología empleada por la Dirección Actuarial y los datos históricos del año 2007, era del 60%, mientras que con su metodología era de apenas un 5%¹. Posteriormente el informe final de Nathal Actuarios se señala que las diferencias son 5.4% para la Dirección Actuarial y de 0.5% para Nathal Actuarios y Consultores. A parte de lo disímil de esas afirmaciones, ambas son incorrectas, ya que los verdaderos porcentajes son -0.07% para la proyección resultante de la

¹ En esa oportunidad los técnicos de Nathal A&C no lo entregaron por escrito.

Caja y -5.67% para la proyección a partir de la fórmula (1) página 22 del informe, según se desprende de los anexos 5 y 7 del presente documento.

Lo anterior significa, que al comparar – *con la realidad del periodo 2003-2007*– los datos que resultan de la aplicación de la escala salarial elaborada por la CCSS, las estimaciones a penas difieren en -0.07% , mientras que esa diferencia con la escala de Nathal Actuarios es de -5.67% . Obviamente, cuando Nathal Actuarios aplica esa escala a las proyecciones, el error de su estimación que introduce es de enormes dimensiones. De ahí, que la prima que presenta Nathal Actuarios, está totalmente sobredimensionada

14. En la página 28 del informe final, Nathal Actuarios y Consultores S.A., expresa lo siguiente: *“El personal de la Dirección Actuarial de la CCSS arguye que esta metodología de proyección tiene implícita una escala salarial”*.

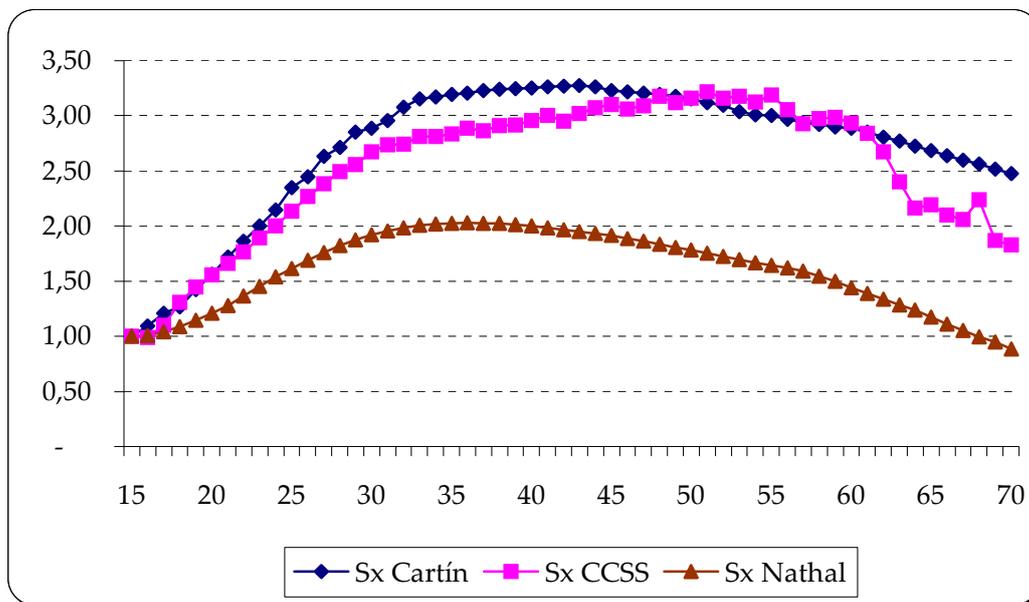
No lleva razón la firma externa, por cuanto no se arguyó, **se demostró matemáticamente**, demostración que fue omitida en el informe final (véase Anexo 6 de este informe).

15. Es importante que Nathal Actuarios y Consultores S.A., haya finalmente incorporado la variable que describe la estructura salarial de la población cubierta por el Régimen de IVM. No obstante, ahora el problema pasa a ser otro, a saber, que la escala salarial construida por la firma externa, construcción que no explican en el documento, si bien es cierto mencionan que se basaron en información del periodo 2002-2007, **parece no corresponder al caso específico de Costa Rica**, ya que los valores incorporados son muy reducidos, respecto a la evidencia histórica.

La experiencia muestra que para observar un cambio significativo en la estructura de los salarios de un régimen de seguridad social, donde la población cubierta es suficientemente grande, se debe esperar periodos largos de tiempo, lo cual es consecuencia de la Ley de los Grandes Números. Dicho en otros términos, la variable de escala salarial de una población como la cubierta por el RIVM cambia su forma de manera lenta. En ese sentido, es recomendable la utilización de evidencia histórica, tal como la contenida en la Evaluación Actuarial del Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte elaborada por el M.Sc. Ronald Cartín Carranza, entonces Jefe de la Unidad Actuarial de la CCSS² en diciembre de 1980. El hecho de que, a pesar de haber transcurrido tres décadas entre ambas valuaciones actuariales, la hipótesis subyacente de que la estructura salarial mantiene su forma, es validada, lo cual es muy positivo para la Dirección Actuarial.

² El M.Sc. Ronald Cartín C. es Máster en Ciencias Actuariales por la Universidad de Michigan.

GRÁFICA 2
COMPARACIÓN DE LAS ESCALAS SALARIALES

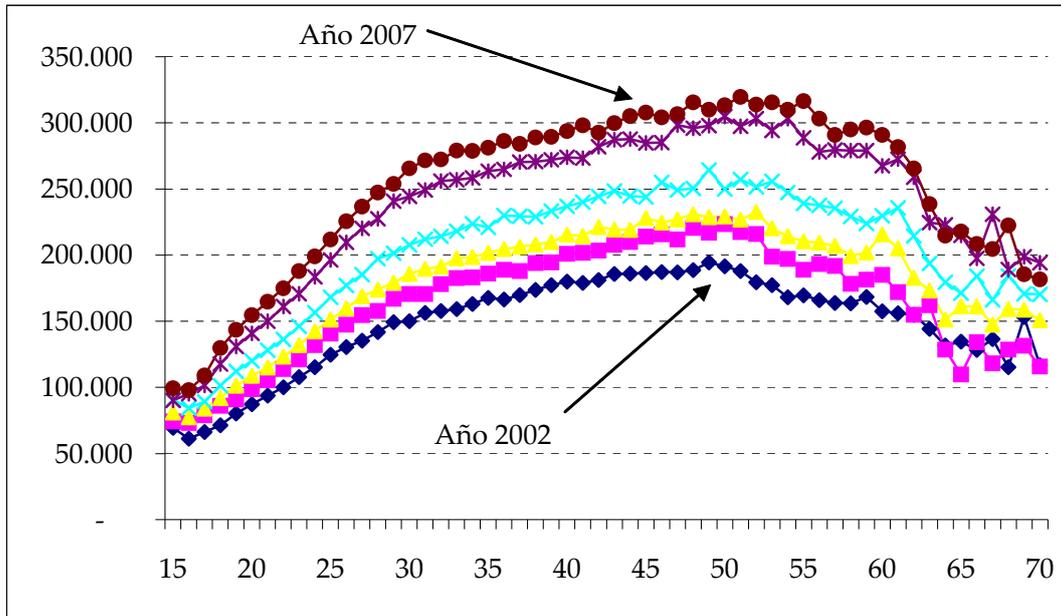


Fuente: Dirección Actuarial.

La Gráfica incorpora la escala salarial utilizada en la valuación actuarial de 1980, la que se basó en estadísticas de hace 30 años aproximadamente. (véase Anexo 8). En dicha gráfica, llama la atención de que las curvas denominadas “Sx Cartín” y “Sx CCSS” son muy parecidas, lo que es concordante con la intuición de que, a pesar de haber transcurrido casi 30 años entre las dos valuaciones, la forma de la curva es muy similar. De hecho, la diferencia entre ambas se calcula en un 7.8%. Por otro lado, nótese cómo la curva correspondiente a la escala salarial denominada “Sx Nathal” se ubica muy por debajo de ambas, lo que produce una subestimación en la proyección de los salarios. La diferencia entre las escalas “Sx Cartín” y “Sx Nathal” resulta en 72.1%.

Como complemento, la Gráfica 3 siguiente muestra el comportamiento de los salarios promedio para el periodo 2002-2007, donde las curvas están ubicadas en orden ascendente, o sea la más baja es la del 2002, luego 2003, y así sucesivamente hasta la del 2007. Obsérvese, que todas son consistentes en su forma, distanciadas entre sí por los aumentos salariales sucedidos en ese período.

GRÁFICA 3
CURVA DE SALARIOS PROMEDIO 2002-2007, POR EDAD SIMPLE



Fuente: Dirección Actuarial.

Cabe destacar que el orden de las curvas guarda relación con el año respectivo, o sea que al año 2002 corresponde la curva más baja, y en ese orden al año 2007 corresponde la curva más alta. Nótese cómo al pasar del 2002 al 2007, la curva de salarios promedios se traslada hacia arriba pero mantiene su forma. *Ese es el supuesto que gobierna y explica la utilización de una escala salarial en la proyección futura de los salarios.*

Si bien Nathal Actuarios y Consultores S.A., aceptó tomar en cuenta una escala salarial en sus proyecciones financieras, debe tener cuidado con los valores que se le asigne a la escala, dado que si no existe correspondencia con la evidencia histórica entonces los resultados carecen de capacidad predictiva.

16. La Sección IV trata sobre los resultados de la valuación actuarial. Aunque no se indica, se supone que para esta versión, Nathal Actuarios y Consultores S.A., incorpora la escala salarial visible en la Tabla 4, página 23 de su informe final. Al respecto, el hecho más relevante del Balance Actuarial (página 31) es que la Prima Media General resultante para la proyección de 100 años, es 17.65%. Ese resultado es mayor a los siguientes:

- ◆ La prima media general del 16.79% mostrada en la página 6 del informe presentado por la firma externa, en enero del 2008.
- ◆ La prima media general del 16.73% del archivo denominado “*ESCENARIO 1,31.12.2007.xls*”, que Nathal Actuarios y Consultores, suministró a la Dirección Actuarial en abril del 2008.

Se presume que el incremento de la prima media general a 17.65% se debe a considerar una escala salarial que, como ya se mencionó, no describe apropiadamente la realidad de nuestro país.

17. En la página 29, Nathal Actuarios y Consultores S.A., describe la metodología de prima escalonada y en la página 30 se muestra la siguiente fórmula para calcular la prima (escalonada) del período $[n,m]$:

$$C(n, m) = \frac{B(m)e^{-\delta m} + \delta\lambda_0 \int_n^m B(t)e^{-\delta t} dt - \delta\lambda_0 V(n)e^{-\delta n}}{S(m)e^{-\delta m} + \delta\lambda_0 \int_n^m S(t)e^{-\delta t} dt} \quad (4)$$

Desde la perspectiva de la rigoricidad matemática, es importante hacer las siguientes observaciones a la fórmula anterior:

- ◆ La fórmula anterior es la versión continua, caracterizada por la presencia de integrales. En la práctica debe reescribirse dicha fórmula a su forma discreta, donde en vez de integrales se tengan sumas, lo que en particular implica hacer una serie de supuestos adicionales.
- ◆ El término λ_0 que, según la definición de Nathal Actuarios y Consultores, depende del parámetro t , no aparece en ninguna de las fórmulas del texto [Thullen, 1995, págs. 265-273] Por lo anterior, se desconoce la fuente de dónde tomaron esa fórmula. No obstante lo anterior, debe indicarse que no tiene sentido que la fórmula tenga un factor que dependa de t si se encuentra fuera del símbolo de integración (o de suma en el caso discreto), por lo que se presume que se puede tratar de un error de transcripción. Así, el símbolo λ_0 debe eliminarse.

Considerando las observaciones anteriores, la fórmula que se aplicaría en la práctica para calcular las primas escalonadas es la siguiente:

$$\Pi_{(n,m)} = \frac{B(m)v^m + \delta \sum_{t=n}^{m-1} B(t+1/2)v^{t+1/2} - \delta V(n)v^n}{S(m)v^m + \delta \sum_{t=n}^{m-1} S(t+1/2)v^{t+1/2}}; \quad \dots \quad (5)$$

donde:

- (n,m) se refiere al periodo donde estaría vigente la prim (escalonada);
- $\Pi_{(n,m)}$ denota la prima (escalonada) para el periodo (n,m) ;
- $B(t)$ representa los beneficios o gastos correspondientes al año t ;
- v es el factor de valor presente y δ la fuerza de interés;
- $V(t)$ representa la reserva al final del año t ;
- $S(t)$ representa los salarios correspondientes al año t ;

La conclusión más significativa de esta observación, es que Nathal Actuarios y Consultores S.A. de C.V. demuestra en su exposición un desconocimiento de la parte teórica del método de primas escalonadas, desconocimiento que se refleja en el cuadro donde, en lugar de dar una prima por periodo, lo que muestran es un rango, que claramente no es compatible con una fórmula matemática que lo que da es un valor puntual (la prima escalonada por periodo).

18. En la página 33 del informe, Nathal Actuarios y Consultores S.A., se muestra una tabla con las primas escalonadas, o más bien con rangos donde la prima escalonada debería ubicarse. Hay serias dudas con respecto a la forma de cómo la firma externa obtiene los resultados, los cuales se visualizan extremadamente altos, según lo muestra la siguiente tabla.

Quinquenio	Prima CCSS	Rango Prima Escalonada (en %)		Rango Prima Escalonada	
2010-2014	8,00%	-17%	0%	6,64%	8,00%
2015-2019	8,50%	12%	30%	9,52%	11,05%
2020-2024	9,00%	40%	60%	12,60%	14,40%
2025-2029	9,50%	60%	80%	15,20%	17,10%
2030-2034	10,00%	75%	100%	17,50%	20,00%
2035-2039	10,50%	90%	110%	19,95%	22,05%
2040-2044	10,50%	115%	140%	22,58%	25,20%
2045-2049	10,50%	140%	160%	25,20%	27,30%
2050	10,50%	145%	170%	25,73%	28,35%

Si en el 2050 la prima escalonada esta ubicada entre el 26% y el 28%, ¿Cómo serán esas primas si el ejercicio se prolonga hasta el 2100?

En razón de esto, se procedió a calcular las primas escalonadas correspondientes a las proyecciones financieras de la CCSS al 31/12/2007, las cuales se denotan como $\Pi_{(n,m)}$. Por completitud, se decidió incluir en el Anexo 10 una descripción de la metodología (teórica) de cómo se determina la prima escalonada.

Prima Escalonada
Según las proyecciones de la CCSS al 31/12/2007

Periodo	$\Pi_{[n,m]}$
2007 - 2009	7,50%
2010 - 2014	7,21%
2015 - 2019	7,39%
2020 - 2024	7,91%
2025 - 2029	8,53%
2030 - 2034	9,21%
2035 - 2039	10,10%
2040 - 2044	11,32%
2045 - 2049	12,92%
2050 - 2054	14,76%
2055 - 2059	16,17%
2060 - 2064	17,35%
2065 - 2069	18,19%
2070 - 2074	18,73%
2075 - 2079	19,11%
2080 - 2084	19,45%
2085 - 2089	19,76%
2090 - 2094	19,98%
2095 - 2099	20,06%

Los resultados indican, que de conformidad con las proyecciones de la Dirección Actuarial la prima escalonada en el 2050 estaría ubicada en 14.76%, lo cual representa prácticamente la mitad de lo que indica la proyección de la firma externa, evidenciando una importante desproporcionalidad por parte de dicho firma.

Cabe destacar que la prima proyectada para el quinquenio 2035 – 2039, o sea 10,10%, ya está más que cubierta por la reforma al Régimen de IVM, acordada en febrero del 2005, la cual fija dicha prima en 10.50%.

21. En la Conclusión 4, la empresa consultora afirma que “salvo que en el caso del modelo de la CCSS el vector de densidad de cotización no está incluido en la proyección de los ingresos por cotizaciones”. Debe destacarse que en su oportunidad, se les explicó a los técnicos de Nathal Actuarios y Consultores S.A., que la variable de densidad de cotización ya estaba incluida en la proyección de los activos.

IV. CONCLUSIONES

1. En el proceso de trabajo desarrollado por Nathal Actuarios y la Dirección Actuarial, a partir de enero del 2008, es posible identificar cuatro momentos fundamentales, que de manera muy comprensiva resumen lo sustantivo del proceso. Concretamente, estos momentos son:

Momento	Evento	Acciones	Resultado
Primero	El 09 de enero del 2008, Nathal A&C presenta los resultados de la valuación actuarial, encargada por la SUPEN.	Se inicia una serie de reuniones técnicas con el fin de encontrar la fuente que generaba las diferencias. Avanzado el proceso, la Dirección Actuarial detecta el error: Nathal A&C no había considerado la “ Escala Salarial ”.	Las proyecciones de los salarios, masas salariales y las primas, difieren sustancialmente de los obtenidos por la Dirección Actuarial.
Segundo	Hasta el 12 de junio del 2008, Nathal A&C no reconocía la existencia de la variable “ Escala Salarial ”.	La Dirección Actuarial, indica que la “ Escala Salarial ” es consustancial a la Evaluación Actuarial.	Nathal A&C cuestiona a la Dirección Actuarial la utilización de la “ Escala Salarial ”, incluso la denomina “ error metodológico ”.
Tercero	El 13 de junio del 2008, Nathal A&C, reconoce que debe considerarse la variable “ Escala Salarial ”.	La Dirección Actuarial demostró, tanto empírica, como teóricamente, la importancia de la variable “ Escala Salarial ”.	Nathal A&C plantea incorporar la “ Escala Salarial ” en la Evaluación Actuarial.
Cuarto	El 02 de setiembre del 2008, Nathal A&C, presenta el informe final, incorporando la variable “ Escala Salarial ”.	La Dirección Actuarial detecta un nuevo error, a saber que la “ Escala Salarial ” construida y aplicada por Nathal A&C, no refleja la realidad de Costa Rica.	En razón de la aplicación de una “ Escala Salarial ” incorrecta, los salarios, masas salariales y las primas, resultan desproporcionadas.

2. A lo largo del documento “**Informe final de la valuación actuarial practicada al Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte de la Caja Costarricense de Seguro Social**”, elaborado por la firma Nathal Actuarios y Consultores S.A., se presentan una serie de afirmaciones que no corresponden a la realidad experimentada durante el proceso de elaboración del documento en mención. A manera ilustrativa, algunas de estas afirmaciones son las siguientes:

- i) En la página N° 5, punto primero, del martes 10 de junio, Nathal Actuarios y Consultores expresa que: **“(…) La base técnica presentada por la Dirección Actuarial para la proyección de la masa salarial no se encuentra en los textos publicados por la OIT para las valuaciones actuariales de Regímenes de Seguridad Social ni tampoco en otras referencias”**.
- ii) En la página 7, cuarto punto, del jueves 12 de junio Nathal Actuarios y Consultores, afirma que la metodología utilizada por el PRODEFI **“no se encuentra en los textos técnicos publicados por la OIT para este tipo de valuaciones”**.
- iii) En la página 6, punto tercero, del jueves 12 de junio, Nathal Actuarios y Consultores S.A., expresa que: **“El sistema PRODEFI no calcula la Indemnización por Muerte, sin embargo este beneficio tiene un impacto despreciable en los costos”**.
- iv) En la página 28 del informe final, Nathal Actuarios y Consultores, expresa lo siguiente: **“El personal de la Dirección Actuarial de la CCSS arguye que esta metodología de proyección tiene implícita una escala salarial”**.

Las afirmaciones de los puntos i) y ii) son incorrectas, ya que la fórmula utilizada por el PRODEFI se deriva de la fórmula (7.26a), página 311 del texto **“Técnicas Actuariales de la Seguridad Social (Regímenes de las pensiones de invalidez, vejez y sobrevivientes)”** del Dr. Peter Thullen, Informe 43 de la OIT, tal como se demostró en la prueba matemática efectuada en la reunión del 13 de junio en el despacho del Gerente de Pensiones. Por otra parte, en cuanto a la afirmación iii) debe recalcar que la representación institucional fue clara al indicar que tal indemnización se incluía en el rubro de **“Otros gastos”**. Así mismo, en lo que respecta a la afirmación iv), debe recordarse que no se arguyó, **se demostró matemáticamente**, demostración que fue omitida en el informe final. (ver anexo 6 del presente documento).

3. Por primera vez en este proceso - **que lleva casi un año** - Nathal Actuarios y Consultores, acepta que existe una **“escala salarial”** que debe considerarse. Al respecto, en la página 20, primer párrafo, indica **“ Durante la reunión CCSS-Nathal Actuarios y Consultores, el personal de la Dirección Actuarial tuvo la gentileza de proporcionar a la Firma consultora un archivo con datos sobre el número de activos y salario promedio por edad del RIVM desde junio del 2002 a junio del 2007. A partir de dicha información, y con el fin de afinar el modelo de proyección, se desarrolló una escala salarial”**.

Sobre este particular, debe indicarse que la firma externa intenta hacer creer que la adopción de la **“escala salarial”** viene solamente a **“afinar”** el modelo, cuando lo correcto es que se trató simple y llanamente de un error metodológico a lo largo de todo el proceso, previo a la presentación del informe final. La escala salarial **NO AFINA** el modelo, por la razón de que es una variable que describe la dinámica de una población particular. Esta dinámica refleja la realidad de un periodo determinado, previo al periodo de proyección. Se supone que esa dinámica se mantiene inalterada a lo largo de todo el periodo de proyección, de la misma forma

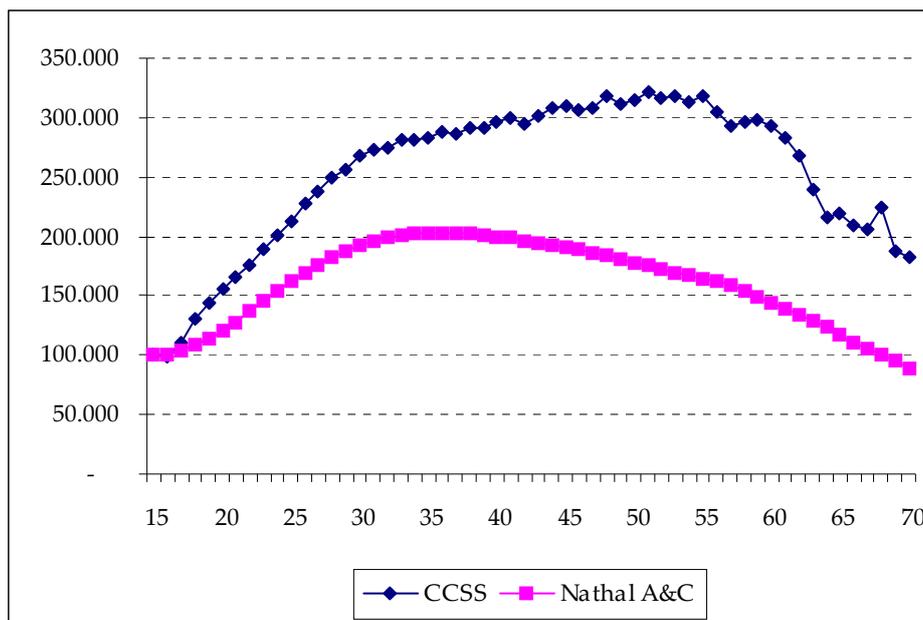
como se hace con el resto de variables (mortalidad, tasas de jubilación o invalidez, variables financieras, etc.)

Adicionalmente, llama la atención que en el último párrafo de la página 25, Nathal Actuarios y Consultores, exprese “ *Después de analizar los datos con los salarios promedios por edad del periodo 2002-2007 otorgados por el personal de la Dirección Actuarial se determinó la necesidad de utilizar una escala salarial.* ” Esto es preocupante, por cuanto podría inducir al lector a pensar que el uso o no de una escala salarial en una proyección de salarios queda a criterio del actuario, lo cual no es correcto. Lo anterior sería como pretender que se haga una proyección de una población, sin tomar en cuenta una tabla de mortalidad. Desconocer esa estructura en la proyección de salarios es un grave error metodológico.

4. Indiscutiblemente, la aceptación de la existencia de una escala salarial, por parte de Nathal Actuarios y Consultores, es un aspecto muy positivo en el proceso. Sin embargo, ahora surge un nuevo diferendo, el cual se circunscribe a la escala salarial construida por Nathal Actuarios y Consultores. Al margen de que no se indica como se construyó, esta Dirección estima que la misma presenta un desacuerdo importante.

En este punto, es importante reiterar que la fórmula matemática utilizada por el sistema de proyecciones PRODEFI emplea EN FORMA IMPLÍCITA la escala salarial derivada de la experiencia del año 2007, que es el año de referencia de la valuación actuarial. Así mismo, se utiliza el supuesto de que la estructura derivada se mantiene inalterada durante todo el periodo de proyección. La Gráfica 1 muestra las curvas asociadas a las dos escalas, o sea la empleada por la CCSS y la elaborada por Nathal Actuarios y Consultores.

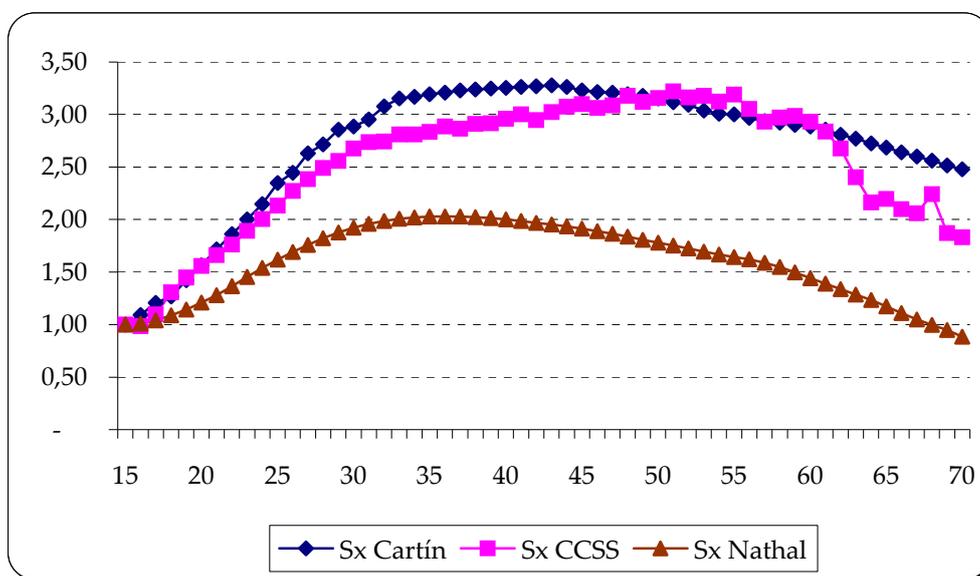
GRÁFICA 1
COMPARACIÓN DE LAS ESCALAS SALARIALES



Nótese cómo la curva asociada a la escala salarial construida por Nathal Actuarios y Consultores S.A., se ubica muy por debajo de la utilizada por la Dirección Actuarial. Al respecto, cabe destacar que mientras que el punto máximo de la curva de la CCSS se presenta en la edad 51, donde casi el 90% de la población cotizante se ubica por debajo de esa edad, en el caso de la escala salarial de la firma externa el punto máximo se presenta a la edad 36, donde el 56% de la población cotizante se ubica por debajo de esa edad. Esta enorme diferencia explica porqué las proyecciones de masa salarial que realiza la firma externa, son significativamente inferiores a la efectuada por la CCSS. Consecuentemente, esto también explica que la prima media general, obtenida por la firma externa, resulte muy superior a la proyectada por la CCSS.

La experiencia muestra que para observar un cambio significativo en la estructura de los salarios de un régimen de seguridad social, donde la población cubierta es suficientemente grande, se debe esperar periodos largos de tiempo, lo cual es consecuencia de la Ley de los Grandes Números. Dicho en otros términos, la variable de escala salarial de una población como la cubierta por el RIVM cambia su forma de manera lenta. En ese sentido, se recurrió a la Evaluación Actuarial del Régimen de Invalidez, Vejez y Muerte elaborada por el M.Sc. Ronald Cartín Carranza, entonces Jefe de la Unidad Actuarial de la CCSS³ en diciembre de 1980.

GRÁFICA 2
COMPARACIÓN DE LAS ESCALAS SALARIALES



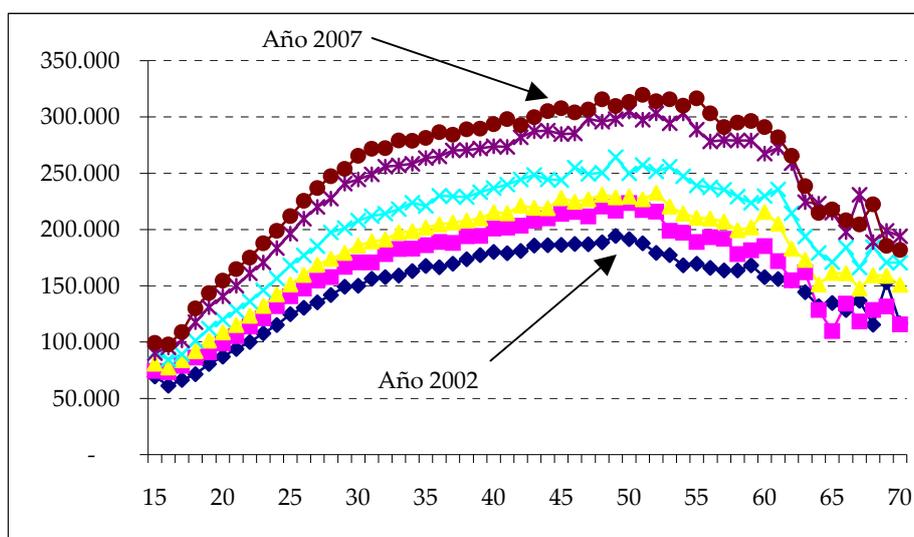
La Gráfica incorpora la escala salarial utilizada en la valuación actuarial de 1980, la que se basó en estadísticas de hace 30 años aprox. (véase Anexo 8). En dicha gráfica, llama la atención de que las curvas denominadas “Sx Cartín” y “Sx CCSS” son muy parecidas, lo que es concordante con la intuición de que, a pesar de haber transcurrido casi 30 años entre las dos valuaciones, la forma de la curva

³ El M.Sc. Ronald Cartín C. es Máster en Ciencias Actariales por la Universidad de Michigan.

es muy similar. De hecho, la diferencia entre ambas se calcula en un 7.8%. Por otro lado, nótese cómo la curva correspondiente a la escala salarial denominada “Sx Nathal” se ubica muy por debajo de ambas, lo que produce una subestimación en la proyección de los salarios. La diferencia entre las escalas “Sx Cartín” y “Sx Nathal” resulta en 72.1%.

Como complemento, la gráfica siguiente muestra el comportamiento de los salarios promedio para el periodo 2002-2007.

GRÁFICA 3
CURVA DE SALARIOS PROMEDIO 2002-2007, POR EDAD SIMPLE



Fuente: Dirección Actuarial.

Cabe destacar que el orden de las curvas guarda relación en el año respectivo, o sea que al año 2002 corresponde la curva más baja, y en ese orden al año 2007 corresponde la curva más alta. Nótese cómo al pasar del 2002 al 2007, la curva de salarios promedios se traslada hacia arriba pero mantiene su forma. *Ese es el supuesto que gobierna y explica la utilización de una escala salarial en la proyección futura de los salarios.*

Si bien Nathal Actuarios y Consultores S.A., aceptó tomar en cuenta una escala salarial en sus proyecciones financieras, debe tener cuidado con los valores que se le asignen a la escala, dado que si no existe correspondencia con la evidencia histórica, entonces los resultados carecen de capacidad predictiva. Precisamente, esta podría ser la razón del por qué la incorporación de la escala salarial, por parte de Nathal Actuarios y Consultores S.A., incrementó la prima media. Puede concluirse que la escala salarial utilizada por Nathal A&C y cuyos valores no reflejan la realidad de Costa Rica, más bien “empeoran” los resultados.

5. Dado que Nathal Actuarios y Consultores, incorpora la escala salarial con la deficiencia antes señalada - *visible en la Tabla 4, página 23 de su informe final* – la Prima Media General resulta, inclusive mayor a los resultados obtenidos

anteriormente por la firma externa. Al respecto, la prima que ahora se obtiene es 17.65%, la cual es superior a la prima media general de 16.79% mostrada en la página 6 del informe 2.3.5, del documento originalmente presentado por la firma externa. Asimismo, es superior a la prima media general de 16.73% del archivo denominado “**ESCENARIO 1,31.12.2007.xls**”, que Nathal Actuarios y Consultores, suministró a la Dirección Actuarial durante el proceso de análisis previo al informe final.

6. En la página 33 del informe, Nathal Actuarios y Consultores S.A., se muestra una tabla con las primas escalonadas o más bien, con rangos donde la prima escalonada supuestamente debería ubicarse. Al respecto, la Dirección Actuarial tiene serias dudas con respecto a la forma de cómo la firma externa presenta los resultados. Lo anterior, por cuanto los niveles – *mínimo y máximo* - estimados en cada rango, son extremadamente altos, según se muestra en el siguiente cuadro, el cual ha sido reproducido a partir del cuadro que presenta Nathal Actuarios y Consultores, en la página 33.

Reproducción de los Rangos de Prima Escalonada, según la Metodología de Nathal Actuarios y Consultores

Quinquenio	Prima CCSS	Rango Prima Escalonada (en %)		Rango Prima Escalonada Nathal	
2010-2014	8,00%	-17%	0%	6,64%	8,00%
2015-2019	8,50%	12%	30%	9,52%	11,05%
2020-2024	9,00%	40%	60%	12,60%	14,40%
2025-2029	9,50%	60%	80%	15,20%	17,10%
2030-2034	10,00%	75%	100%	17,50%	20,00%
2035-2039	10,50%	90%	110%	19,95%	22,05%
2040-2044	10,50%	115%	140%	22,58%	25,20%
2045-2049	10,50%	140%	160%	25,20%	27,30%
2050	10,50%	145%	170%	25,73%	28,35%

Si en el 2050 la prima escalonada esta ubicada entre el 26% y el 28%, ¿Cómo serán esas primas si el ejercicio se prolonga hasta el 2100?

En razón de lo anterior, se procedió a calcular las primas escalonadas correspondientes a las proyecciones financieras de la CCSS al 31/12/2007, las cuales se denotan como $\Pi_{[n,m]}$. Los resultados son los siguientes:

Prima Escalonada
Según las proyecciones de la CCSS al 31/12/2007

Periodo	$\Pi_{[n,m]}$
2007 - 2009	7,50%
2010 - 2014	7,21%
2015 - 2019	7,39%
2020 - 2024	7,91%
2025 - 2029	8,53%
2030 - 2034	9,21%
2035 - 2039	10,10%
2040 - 2044	11,32%
2045 - 2049	12,92%
2050 - 2054	14,76%
2055 - 2059	16,17%
2060 - 2064	17,35%
2065 - 2069	18,19%
2070 - 2074	18,73%
2075 - 2079	19,11%
2080 - 2084	19,45%
2085 - 2089	19,76%
2090 - 2094	19,98%
2095 - 2099	20,06%
2100 - ∞	19,83%

Para una mejor comprensión, se decidió incluir en el Anexo 10 una descripción de la metodología (teórica) de cómo se determina la prima escalonada.

ANEXOS

ANEXO 1

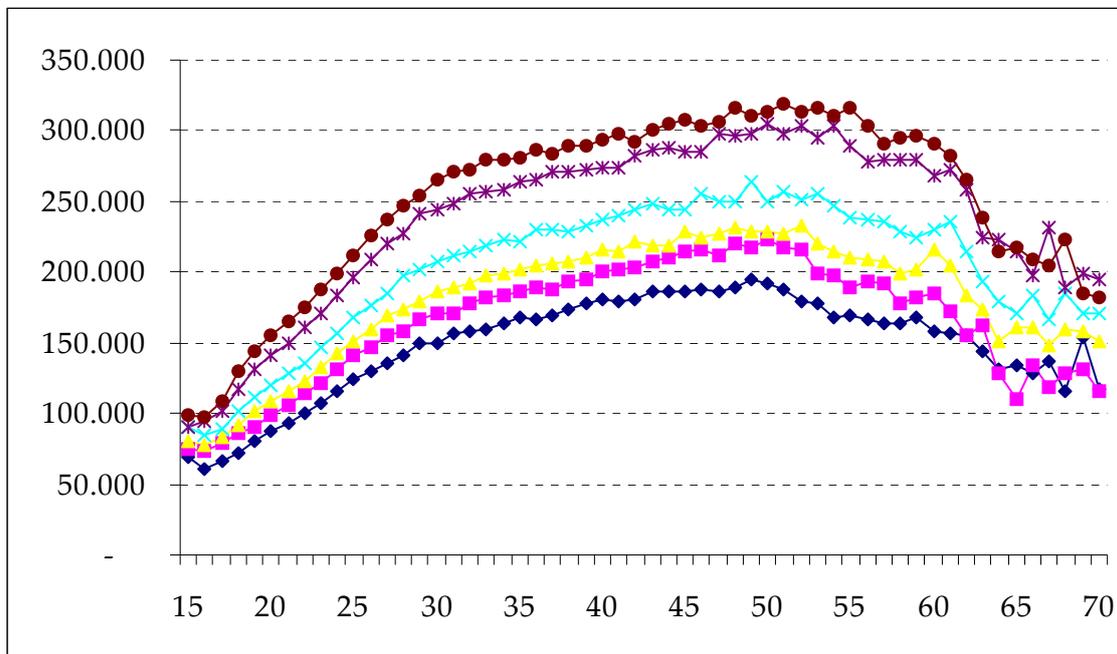
**CUADRO 1: SEGURO DE PENSIONES
TRABAJADORES ACTIVOS Y SALARIOS PROMEDIOS POR EDAD SIMPLE
AÑOS 2001 – 2007 (a junio)**

Edad	AÑO											
	2002		2003		2004		2005		2006		2007	
	Activos	Salario										
15-	296	69.349	468	74.283	334	80.945	336	90.711	336	90.196	451	99.276
16	606	61.342	760	73.103	623	77.420	582	84.434	661	95.205	949	97.938
17	1.518	66.272	2.646	78.792	1.601	83.892	1.477	89.182	1.792	101.513	2.255	108.998
18	4.599	71.409	6.396	86.199	8.192	91.897	8.767	101.383	9.434	117.794	12.265	129.776
19	12.754	80.430	13.922	90.844	16.502	101.204	17.524	112.169	19.129	130.929	21.840	143.611
20	18.580	87.211	18.667	98.653	20.080	108.762	23.112	120.110	25.606	140.771	28.205	154.591
21	23.001	93.761	22.946	105.325	23.760	115.133	24.906	128.097	29.651	149.955	33.500	164.765
22	25.822	100.060	26.175	113.761	26.685	123.341	27.587	136.182	30.090	161.078	36.662	174.896
23	27.311	107.717	28.345	120.977	29.205	132.059	29.956	146.138	31.955	170.730	35.826	187.804
24	27.935	115.289	28.844	131.864	30.241	142.422	32.129	156.541	33.729	183.583	36.774	198.896
25	28.176	124.815	28.920	140.594	30.808	151.172	32.189	168.112	35.480	196.370	37.934	211.742
26	26.688	130.484	28.679	147.451	29.937	159.708	32.536	177.071	34.665	209.538	38.897	225.417
27	26.812	135.317	27.352	154.610	29.292	168.796	31.411	185.150	34.567	220.185	37.517	236.714
28	25.886	141.756	26.686	157.732	27.212	173.883	30.010	197.302	33.210	227.439	37.127	247.313
29	25.180	149.286	26.227	166.861	27.145	179.142	28.095	201.441	31.386	240.758	35.243	253.817
30	24.867	149.996	25.196	170.616	26.083	185.709	27.889	207.793	29.329	244.364	33.440	265.525
31	24.264	156.248	25.179	170.642	25.490	189.598	26.575	212.004	29.127	249.077	31.227	271.615
32	23.592	157.719	24.084	178.089	25.073	191.269	26.302	214.204	27.984	255.878	30.872	272.242
33	23.112	159.153	23.910	182.618	24.601	197.446	25.490	218.121	27.442	257.002	29.736	279.083
34	23.719	163.091	23.825	183.035	23.555	198.407	25.355	223.645	26.569	258.398	28.953	278.931
35	23.481	167.642	23.728	185.982	23.694	201.655	24.446	221.049	26.384	263.418	28.231	281.324
36	23.228	166.361	23.715	188.859	24.215	204.499	24.498	229.923	25.559	264.803	28.001	286.340
37	22.830	169.733	23.476	187.922	23.756	206.257	24.874	229.370	25.277	270.283	27.193	284.265
38	22.646	173.677	22.963	193.893	23.746	207.811	24.511	228.796	25.887	270.538	26.960	288.987
39	22.005	177.272	22.552	194.417	23.076	209.919	24.447	233.260	25.639	272.117	27.363	289.449
40	20.841	180.024	22.197	200.889	22.497	215.329	23.915	236.972	25.459	273.926	27.023	293.697
41	20.710	178.900	21.178	201.773	21.875	214.481	23.273	240.076	24.813	273.290	26.928	298.025
42	19.935	181.084	20.274	203.391	21.071	221.143	22.414	244.375	24.214	281.877	26.113	292.629
43	18.677	185.688	20.288	207.675	21.106	219.207	21.586	248.463	23.297	287.190	25.527	299.927
44	17.531	186.090	18.542	209.779	19.542	218.938	21.572	244.511	22.445	287.869	24.465	305.227
45	16.818	186.486	17.611	213.983	18.695	227.928	19.892	243.897	22.415	284.780	23.533	307.740
46	15.928	187.204	16.478	215.642	16.970	224.543	19.080	255.018	20.433	285.214	23.561	304.076
47	14.980	186.870	15.616	211.680	16.521	226.951	17.308	249.249	19.811	298.485	21.559	306.513
48	14.025	188.647	14.834	220.417	15.625	230.856	16.847	250.419	17.704	295.884	20.655	315.586
49	12.516	194.416	13.721	216.757	14.621	228.666	15.708	264.367	17.331	297.993	18.627	309.839
50	11.812	191.576	12.502	223.410	13.416	229.050	14.937	249.888	16.206	304.838	18.069	313.314
51	10.430	187.818	11.288	217.241	12.012	226.798	13.617	257.238	15.219	297.419	16.887	319.601
52	9.873	179.365	10.370	215.895	11.143	232.637	12.079	251.625	13.829	303.156	15.921	313.862
53	9.052	177.369	9.569	198.772	9.981	220.301	11.197	255.795	12.432	294.363	14.340	315.539
54	8.156	168.079	8.770	197.174	9.488	214.144	10.005	247.298	11.312	303.223	12.847	310.073
55	7.560	169.594	7.968	188.789	8.442	210.412	9.521	238.977	10.197	288.691	11.675	316.573

**CUADRO 1: SEGURO DE PENSIONES
TRABAJADORES ACTIVOS Y SALARIOS PROMEDIOS POR EDAD SIMPLE
AÑOS 2001 – 2007 (a junio)
(CONTINUACION)**

Edad	2002		2003		2004		2005		2006		2007	
	Activos	Salario	Activos	Salario	Activos	Salario	Activos	Salario	Activos	Salario	Activos	Salario
56	6.932	166.003	7.274	193.274	7.681	209.461	8.305	237.475	9.779	278.187	10.484	303.173
57	6.510	163.761	6.860	191.720	7.093	206.950	7.694	235.397	8.566	279.461	10.024	290.874
58	5.830	163.571	6.233	178.195	6.411	199.274	7.173	229.099	7.793	279.053	8.799	295.068
59	5.023	168.278	5.525	181.384	5.967	201.990	6.378	223.730	7.316	279.048	7.954	296.343
60	4.453	157.568	4.787	185.107	5.232	215.580	5.820	229.704	6.421	267.532	7.309	290.973
61	4.001	156.045	4.116	171.889	4.463	205.061	5.091	235.566	5.777	272.597	6.401	281.790
62	3.558	154.871	3.625	154.892	3.664	182.838	4.014	214.343	4.691	258.900	5.334	265.515
63	2.933	144.332	2.872	162.035	2.770	173.094	2.990	193.632	3.316	224.451	3.817	238.444
64	2.174	131.789	2.185	128.452	1.961	151.281	2.051	179.383	2.385	222.835	2.685	214.758
65	1.454	134.705	1.481	109.704	1.291	161.315	1.431	171.169	1.569	215.008	1.850	217.908
66	1.026	128.367	1.041	134.018	965	161.052	1.028	183.947	1.156	197.630	1.360	208.324
67	729	136.570	839	118.299	732	147.500	772	166.183	865	230.920	1.038	204.450
68	527	115.353	626	128.468	596	159.282	601	184.290	686	189.002	781	222.362
69	303	153.174	416	131.521	441	158.694	497	170.879	556	198.785	597	185.520
70 +	1.365	116.702	1.497	115.698	1.317	150.767	1.466	170.350	1.843	194.117	2.136	181.685
Total	784.570	152,607	816.244	171,933	848.495	185,68	903.266	207,001	980.724	242.522	1.085.720	258.390

**GRÁFICA 1
CURVA DE SALARIOS PROMEDIO 2002-2007, POR EDAD SIMPLE**



Nótese cómo al pasar del 2002 al 2007, la curva de salarios promedios se traslada hacia arriba pero mantiene su forma. Esa es el supuesto que gobierna y explica la utilización de una escala salarial en la proyección futura de los salarios.

ANEXO 2

-----Mensaje original-----

De: Cristian Torres Jiménez
Enviado el: Lunes, 24 de Marzo de 2008 8:42
Para: 'jesus_arredondo@nathalactuarios.com'
Asunto: Fórmula

Hola Jesús,
Mucho te agradecería me indicaras la fórmula para calcular el salario promedio $SP_{\{n,x,t\}}$, así como la fórmula para calcular la masa salarial. Gracias.

M.Sc. Cristian Torres Jiménez
Dirección Actuarial
Caja Costarricense de Seguro Social
Tel. (506) 2295-2614 Ext. 118
ctorres@ccss.sa.cr

ANEXO 3

-----Mensaje original-----

De: Jesus Arredondo [mailto:jesus_arredondo@nathalactuarios.com]

Enviado el: Miércoles, 07 de Mayo de 2008 15:11

Para: 'Gerardo Delgado/SUPEN'; 'Cristian Torres Jiménez'

Asunto: RV: Metodología de proyección de los salarios.

Caballeros:

A continuación les enviamos las formulas que solicitaron (en el texto en negritas):

En este sentido, mucho les agradecería me enviaran por este medio, las metodología matemática, en particular las fórmulas matemáticas, que utilizan para calcular lo siguiente $S_{\{n,x,t\}}$, donde n = año de proyección ($n = 0$ = año 2007 inicial); x = edad del afiliado y t = antigüedad o tiempo de servicio, en los siguientes casos:

1. El salario promedio para un afiliado en el año inicial ($n = 0$), de edad x y antigüedad o tiempo de servicio t , osea, $S_{\{0,x,t\}}$. Esta es la matriz inicial de los salarios promedios calculados a partir de la base de datos sumistrada.

$$S_{\{0,e,s\}} = MS_{\{0,e,s\}} / A_{\{0,e,s\}}$$

donde

$MS_{\{a,e,s\}}$: masa salarial en el año a para la población con edad e y antigüedad s

$A_{\{0,e,s\}}$: Número de activos en el año 0, con edad e y antigüedad s

2. El salario promedio para un afiliado entrante en el año de proyección n , de edad x , osea, $S_{\{n,x,0\}}$, $t=0$. En otros términos, esta sería la forma en que el sistema le asigna un salario a las nuevas generaciones.

$$S_{\{a,e,s\}} = S_{\{0,e,0\}} * \prod_{j=0}^a (1+ISAL(j-1))$$

donde

$ISAL(a)$: tasa de incremento salarial anual, $ISAL(a) = 0$ para $a \leq -1$

3. El salario promedio para un afiliado en el año de proyección n , de edad x y antigüedad o tiempo de servicio t , osea, $S_{\{n,x,t\}}$, para $n > 0$; $t > 0$.

$$MS_{\{a,e,s\}} = MS_{\{a-1,e-1,s-1\}} * p_{e-1}^{(T)} * (1+ISAL(a-1))$$
$$S_{\{a,e,s\}} = MS_{\{a,e,s\}} / A_{\{a,e,s\}}$$

donde:

$MS_{\{a,e,s\}}$: masa salarial en el año a para la población con edad e y antigüedad s

$ISAL(a)$: tasa de incremento salarial anual, $ISAL(a) = 0$
para $a \leq -1$

$A_{\{a,e,s\}}$: número de activos en el año a para la población con edad e y antigüedad s

$p_{e-1}^{(T)}$: tasa de permanencia en el grupo de activos por un año más para el grupo de edad $e-1$

ANEXO 4

-----Mensaje original-----

De: Jesus Arredondo [mailto:jesus_arredondo@nathalactuarios.com]

Enviado el: Lunes, 12 de Mayo de 2008 17:40

Para: 'Cristian Torres Jiménez'; Delgadovg@supen.fi.cr

Asunto: Proyección de población

Caballeros, les envío las formulas de proyección de población. Para cualquier aclaración me reitero a sus órdenes.

$$A_{\{a,e,s\}} = A_{\{a-1,e-1,s-1\}} * p_{e-1}^{(T)}$$

$$A_{\{a,e,0\}} = N_{\{a\}} * \text{Dist}_{\{e\}}$$

donde:

$A_{\{a,e,s\}}$: número de activos en el año a para la población con edad e y antigüedad s

$p_{e-1}^{(T)}$: tasa de permanencia en el grupo de activos por un año más para el grupo de edad e-1

$N_{\{a\}}$: nuevos entrantes de edad e para el año a

$\text{Dist}_{\{e\}}$: proporción de la población total de nuevos entrantes que tienen edad e

Jesús Eduardo Arredondo León

Coordinador Técnico

Nathal Actuarios y Consultores

(T): +52.55.5563.1441

(F): +52.55.5615.3496

(M): +521.55.1641.2796

ANEXO 5

APLICACIÓN DE LA FÓRMULA (1) DE LA PÁGINA 22 AL PERIODO 2002-2007

Edad	Real 2002(*)	Fórmula 1 2003	Fórmula 1 2004	Fórmula 1 2005	Fórmula 1 2006	Fórmula 1 2007	Real 2007(*)	Proy / Real -1
15	69.349	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!	99.276	#¡VALOR!
16	61.342	77.881	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!	97.938	#¡VALOR!
17	66.272	70.471	89.472	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!	108.998	#¡VALOR!
18	71.409	77.075	81.958	104.057	#¡VALOR!	#¡VALOR!	129.776	#¡VALOR!
19	80.430	83.645	90.283	96.002	121.888	#¡VALOR!	143.611	#¡VALOR!
20	87.211	94.591	98.373	106.180	112.906	143.349	154.591	-7,27%
21	93.761	102.684	111.374	115.827	125.018	132.938	164.765	-19,32%
22	100.060	111.380	121.981	132.303	137.593	148.512	174.896	-15,09%
23	107.717	118.653	132.076	144.646	156.887	163.160	187.804	-13,12%
24	115.289	126.835	139.712	155.518	170.319	184.732	198.896	-7,12%
25	124.815	134.826	148.329	163.388	181.873	199.182	211.742	-5,93%
26	130.484	145.189	156.835	172.541	190.059	211.561	225.417	-6,15%
27	135.317	151.122	168.154	181.641	199.832	220.120	236.714	-7,01%
28	141.756	156.003	174.224	193.859	209.407	230.379	247.313	-6,85%
29	149.286	162.569	178.907	199.804	222.321	240.153	253.817	-5,38%
30	149.996	170.171	185.313	203.936	227.756	253.424	265.525	-4,56%
31	156.248	170.163	193.050	210.227	231.355	258.377	271.615	-4,87%
32	157.719	176.440	192.153	217.997	237.395	261.253	272.242	-4,04%
33	159.153	177.377	198.431	216.101	245.167	266.982	279.083	-4,34%
34	163.091	178.336	198.756	222.348	242.149	274.718	278.931	-1,51%
35	167.642	182.211	199.243	222.057	248.414	270.536	281.324	-3,83%
36	166.361	186.735	202.963	221.934	247.347	276.706	286.340	-3,36%
37	169.733	185.055	207.718	225.769	246.873	275.141	284.265	-3,21%
38	173.677	188.490	205.505	230.672	250.719	274.154	288.987	-5,13%
39	177.272	192.316	208.719	227.560	255.428	277.626	289.449	-4,08%
40	180.024	196.123	212.766	230.914	251.758	282.590	293.697	-3,78%
41	178.900	198.959	216.752	235.146	255.202	278.239	298.025	-6,64%
42	181.084	197.353	219.481	239.109	259.400	281.526	292.629	-3,79%
43	185.688	199.835	217.789	242.208	263.869	286.261	299.927	-4,56%
44	186.090	204.772	220.373	240.173	267.101	290.988	305.227	-4,67%
45	186.486	204.946	225.521	242.702	264.508	294.166	307.740	-4,41%
46	187.204	204.980	225.271	247.887	266.772	290.740	304.076	-4,39%
47	186.870	205.824	225.369	247.678	272.543	293.307	306.513	-4,31%
48	188.647	204.846	225.623	247.049	271.504	298.761	315.586	-5,33%
49	194.416	206.667	224.413	247.175	270.647	297.438	309.839	-4,00%
50	191.576	212.973	226.393	245.833	270.768	296.480	313.314	-5,37%
51	187.818	209.887	233.329	248.032	269.330	296.648	319.601	-7,18%
52	179.365	205.803	229.986	255.672	271.783	295.121	313.862	-5,97%
53	177.369	196.334	225.273	251.744	279.860	297.496	315.539	-5,72%
54	168.079	194.236	215.004	246.695	275.683	306.473	310.073	-1,16%
55	169.594	184.353	213.043	235.822	270.582	302.377	316.573	-4,48%
56	166.003	186.102	202.299	233.781	258.777	296.921	303.173	-2,06%
57	163.761	181.168	203.104	220.780	255.139	282.418	290.874	-2,91%
58	163.571	177.608	196.488	220.278	239.449	276.713	295.068	-6,22%
59	168.278	175.975	191.076	211.387	236.982	257.606	296.343	-13,07%
60	157.568	180.408	188.659	204.848	226.624	254.063	290.973	-12,68%
61	156.045	169.349	193.896	202.764	220.164	243.568	281.790	-13,56%
62	154.871	166.947	181.181	207.444	216.931	235.547	265.515	-11,29%
63	144.332	165.733	178.656	193.889	221.993	232.146	238.444	-2,64%
64	131.789	154.515	177.426	191.260	207.567	237.654	214.758	10,66%
65	134.705	139.486	163.538	187.787	202.429	219.689	217.908	0,82%
66	128.367	141.803	146.835	172.155	197.681	213.095	208.324	2,29%
67	136.570	135.067	149.204	154.499	181.140	207.999	204.450	1,74%
68	115.353	144.280	142.692	157.628	163.221	191.367	222.362	-13,94%
69	153.174	122.094	152.711	151.031	166.839	172.760	185.520	-6,88%
70	116.702	158.876	126.640	158.397	156.654	173.051	181.685	-4,75%

ANEXO 6

Prueba matemática de dónde procede la fórmula matemática utilizada por el sistema de proyecciones demográficas y financieras de la CCSS PRODEFI.

La fórmula se deduce de la fórmula (7.26a), página 311 del texto “Técnicas Actuariales de la Seguridad Social (Regímenes de las pensiones de invalidez, vejez y sobrevivientes)” del Dr. Peter Thullen, Informe 43 de la OIT. En dicha fórmula, se supone que la función de los salarios puede descomponerse como el producto de una función que depende de la edad y de otra que depende del año de proyección, además de que se supone una progresión geométrica para cada edad.

La fórmula (7.26a) es $g(x;t) = e^{\sigma t} g(x)$, donde σ es la fuerza de crecimiento de los salarios y $g(x)$ se refiere al salario real en montos monetarios absolutos (inicio de proyección).

Cambio de notación: En lugar de “g” use “S”, en lugar de “t” use “n” e invierta el orden de (x;t). Entonces, reescribiendo la ecuación (7.26a) se tiene:

$$S(n,x) = e^{\sigma n} S(x) \dots\dots\dots (1)$$

Se tiene además que σ es la fuerza de crecimiento de los salarios, es decir, $\sigma = \ln(1+G)$, donde $G = 9.08\%$. Entonces la ecuación (1) se transforma en

$$S(n,x) = e^{n \ln(1+G)} S(x) \dots\dots\dots (2)$$

Aplicando las propiedades del logaritmo y de la función exponencial, podemos reescribir la ecuación (2) como:

$$S(n,x) = (1+G)^n S(x) \dots\dots\dots (3)$$

Como la idea es expresar la fórmula (3) en forma recursiva, se tiene que:

$$S(n,x) = (1+G)^n S(x) = (1+G) * (1+G)^{n-1} S(x) = (1+G) S(n-1,x) \dots\dots\dots (4)$$

que es la fórmula del PRODEFI. Q.E.D.

NOTA: También puede deducirse, mediante un argumento similar, que

$$S(n,x,t) = S(n-1,x-1,t-1) (1+G) S(x)/S(x-1) \dots\dots\dots (5)$$

ANEXO 7

APLICACIÓN DE LA FÓRMULA (3) DE LA PÁGINA 26 AL PERIODO 2002-2007

Edad	2002(*)	2003	2004	2005	2006	2007	2007(*)	Proy / Real -1
15-	69.349	77.194	85.927	95.647	106.466	118.510	99.276	19,37%
16	61.342	68.281	76.004	84.602	94.172	104.825	97.938	7,03%
17	66.272	73.769	82.114	91.403	101.742	113.251	108.998	3,90%
18	71.409	79.487	88.478	98.487	109.628	122.029	129.776	-5,97%
19	80.430	89.528	99.655	110.928	123.477	137.445	143.611	-4,29%
20	87.211	97.076	108.058	120.282	133.888	149.033	154.591	-3,60%
21	93.761	104.367	116.173	129.315	143.943	160.226	164.765	-2,75%
22	100.060	111.379	123.978	138.003	153.614	170.991	174.896	-2,23%
23	107.717	119.902	133.465	148.563	165.368	184.075	187.804	-1,99%
24	115.289	128.330	142.847	159.006	176.993	197.015	198.896	-0,95%
25	124.815	138.935	154.651	172.145	191.619	213.295	211.742	0,73%
26	130.484	145.244	161.675	179.963	200.321	222.982	225.417	-1,08%
27	135.317	150.625	167.663	186.630	207.741	231.241	236.714	-2,31%
28	141.756	157.792	175.642	195.510	217.627	242.245	247.313	-2,05%
29	149.286	166.173	184.971	205.895	229.186	255.112	253.817	0,51%
30	149.996	166.964	185.851	206.874	230.276	256.325	265.525	-3,46%
31	156.248	173.923	193.598	215.498	239.875	267.010	271.615	-1,70%
32	157.719	175.561	195.420	217.527	242.133	269.524	272.242	-1,00%
33	159.153	177.156	197.196	219.503	244.334	271.973	279.083	-2,55%
34	163.091	181.540	202.076	224.935	250.380	278.703	278.931	-0,08%
35	167.642	186.606	207.715	231.212	257.367	286.480	281.324	1,83%
36	166.361	185.180	206.128	229.445	255.400	284.292	286.340	-0,72%
37	169.733	188.934	210.306	234.096	260.577	290.054	284.265	2,04%
38	173.677	193.323	215.192	239.535	266.631	296.793	288.987	2,70%
39	177.272	197.325	219.647	244.493	272.151	302.937	289.449	4,66%
40	180.024	200.388	223.056	248.288	276.375	307.639	293.697	4,75%
41	178.900	199.138	221.664	246.739	274.651	305.719	298.025	2,58%
42	181.084	201.568	224.370	249.750	278.002	309.450	292.629	5,75%
43	185.688	206.693	230.075	256.101	285.071	317.319	299.927	5,80%
44	186.090	207.141	230.573	256.656	285.689	318.006	305.227	4,19%
45	186.486	207.581	231.063	257.201	286.296	318.682	307.740	3,56%
46	187.204	208.380	231.952	258.191	287.398	319.909	304.076	5,21%
47	186.870	208.009	231.539	257.731	286.886	319.339	306.513	4,18%
48	188.647	209.987	233.741	260.182	289.614	322.376	315.586	2,15%
49	194.416	216.409	240.889	268.139	298.471	332.234	309.839	7,23%
50	191.576	213.248	237.370	264.222	294.111	327.381	313.314	4,49%
51	187.818	209.064	232.714	259.039	288.341	320.959	319.601	0,42%
52	179.365	199.655	222.240	247.380	275.363	306.513	313.862	-2,34%
53	177.369	197.433	219.767	244.628	272.300	303.103	315.539	-3,94%
54	168.079	187.092	208.256	231.814	258.037	287.227	310.073	-7,37%
55	169.594	188.778	210.133	233.904	260.363	289.815	316.573	-8,45%
56	166.003	184.781	205.684	228.951	254.850	283.679	303.173	-6,43%
57	163.761	182.285	202.906	225.858	251.408	279.847	290.874	-3,79%
58	163.571	182.075	202.671	225.598	251.117	279.524	295.068	-5,27%
59	168.278	187.314	208.503	232.089	258.344	287.568	296.343	-2,96%
60	157.568	175.393	195.233	217.318	241.902	269.266	290.973	-7,46%
61	156.045	173.696	193.345	215.217	239.562	266.662	281.790	-5,37%
62	154.871	172.391	191.892	213.599	237.761	264.657	265.515	-0,32%
63	144.332	160.659	178.833	199.063	221.581	246.647	238.444	3,44%
64	131.789	146.697	163.292	181.764	202.325	225.212	214.758	4,87%
65	134.705	149.943	166.905	185.786	206.802	230.195	217.908	5,64%
66	128.367	142.888	159.051	177.043	197.071	219.364	208.324	5,30%
67	136.570	152.018	169.215	188.357	209.664	233.381	204.450	14,15%
68	115.353	128.402	142.927	159.095	177.092	197.125	222.362	-11,35%
69	153.174	170.501	189.788	211.257	235.155	261.755	185.520	41,09%
70+	116.702	129.903	144.598	160.955	179.162	199.429	181.685	9,77%

ANEXO 8

Comparación de Escalas Salariales

<i>x</i>	Sx Cartín (*)	Sx CCSS	Sx Nathal	<i>x</i>	Sx Cartín (*)	Sx CCSS	Sx Nathal
15	1,00	1,00	1,00	43	3,28	3,02	1,95
16	1,09	0,99	1,01	44	3,26	3,07	1,93
17	1,21	1,10	1,04	45	3,23	3,10	1,91
18	1,27	1,31	1,09	46	3,22	3,06	1,89
19	1,42	1,45	1,14	47	3,21	3,09	1,87
20	1,56	1,56	1,21	48	3,19	3,18	1,84
21	1,72	1,66	1,28	49	3,18	3,12	1,81
22	1,86	1,76	1,37	50	3,15	3,16	1,78
23	2,00	1,89	1,45	51	3,12	3,22	1,75
24	2,15	2,00	1,54	52	3,09	3,16	1,72
25	2,35	2,13	1,62	53	3,04	3,18	1,69
26	2,45	2,27	1,69	54	3,01	3,12	1,67
27	2,63	2,38	1,76	55	3,00	3,19	1,64
28	2,72	2,49	1,82	56	2,97	3,05	1,62
29	2,85	2,56	1,88	57	2,94	2,93	1,59
30	2,88	2,67	1,92	58	2,92	2,97	1,55
31	2,95	2,74	1,96	59	2,90	2,99	1,50
32	3,08	2,74	1,99	60	2,88	2,93	1,44
33	3,15	2,81	2,01	61	2,85	2,84	1,39
34	3,17	2,81	2,02	62	2,81	2,67	1,34
35	3,19	2,83	2,03	63	2,77	2,40	1,29
36	3,21	2,88	2,03	64	2,72	2,16	1,24
37	3,23	2,86	2,03	65	2,68	2,19	1,18
38	3,24	2,91	2,02	66	2,64	2,10	1,11
39	3,25	2,92	2,01	67	2,60	2,06	1,05
40	3,25	2,96	2,00	68	2,56	2,24	1,00
41	3,26	3,00	1,99	69	2,52	1,87	0,95
42	3,27	2,95	1,97	70	2,48	1,83	0,88

(*) Basada en estadísticas obtenidas de las planillas de asegurados directos de junio de 1978, diciembre 1978 y junio 1979. Los índices obtenidos fueron suavizados gráficamente, usando además comparaciones con los resultados de la "Encuesta para la Evaluación Actuarial del Régimen de I.V.M., 1978".

**ANEXO 9
DETERMINACIÓN DE LA PRIMA ESCALONADA \square [n,m]
CCSS: RÉGIMEN DE INVALIDEZ, VEJEZ Y MUERTE**

Periodo	n	m	S(m)	B(m) ⁽¹⁾	V(n)	$\Sigma S(t+1/2)v^{t+1/2}$	$\Sigma B(t+1/2)v^{t+1/2}$	$\Pi_{[n,m]}$	$\Pi_{[n,m]}$ Regl.	Dif pp
2007 - 2009	-3	0	2.268.289	123.659	955.000	6.739.431	405.811	-	7,50%	-
2010 - 2014	0	5	4.026.604	243.167	-399.916	11.317.129	643.195	7,21%	8,00%	0,79%
2015 - 2019	5	10	6.963.974	471.899	-405.981	11.075.981	707.759	7,39%	8,50%	1,11%
2020 - 2024	10	15	11.936.139	917.110	-370.344	10.656.480	768.891	7,91%	9,00%	1,09%
2025 - 2029	15	20	20.293.868	1.730.896	-236.722	10.181.301	827.184	8,53%	9,50%	0,97%
2030 - 2034	20	25	34.049.007	3.191.822	-1.545	9.624.561	860.325	9,21%	10,00%	0,79%
2035 - 2039	25	30	56.181.900	5.853.583	476.515	8.961.344	883.624	10,10%	10,50%	0,40%
2040 - 2044	30	35	91.671.923	10.837.723	1.548.815	8.222.758	909.926	11,32%	10,50%	-0,82%
2045 - 2049	35	40	147.620.625	20.123.712	3.978.392	7.455.770	944.396	12,92%	10,50%	-2,42%
2050 - 2054	40	45	234.213.935	36.607.766	9.068.957	6.668.214	977.090	14,76%	10,50%	-4,26%
2055 - 2059	45	50	370.073.151	63.090.011	17.541.906	5.903.500	964.740	16,17%	10,50%	-5,67%
2060 - 2064	50	55	584.028.611	106.127.172	27.973.447	5.213.936	919.094	17,35%	10,50%	-6,85%
2065 - 2069	55	60	921.301.838	174.026.360	41.349.902	4.601.971	853.909	18,19%	10,50%	-7,69%
2070 - 2074	60	65	1.452.614.252	280.258.287	55.795.620	4.060.617	775.676	18,73%	10,50%	-8,23%
2075 - 2079	65	70	2.287.414.542	447.433.386	70.752.850	3.578.903	695.335	19,11%	10,50%	-8,61%
2080 - 2084	70	75	3.598.805.528	713.163.768	88.063.616	3.149.857	620.208	19,45%	10,50%	-8,95%
2085 - 2089	75	80	5.661.918.477	1.136.008.573	112.245.299	2.772.521	552.953	19,76%	10,50%	-9,26%
2090 - 2094	80	85	8.909.404.125	1.800.262.383	146.298.754	2.439.842	491.693	19,98%	10,50%	-9,48%
2095 - 2099	85	90	14.019.555.088	2.834.584.858	177.292.747	2.147.821	434.431	20,06%	10,50%	-9,56%
2100 - ∞	90	∞			192.197.589	1.885.124	379.260	19,83%	10,50%	-9,33%

⁽¹⁾ A los gastos debe sustraerse los ingresos por concepto del Artículo 78 de la LPT

ANEXO 10: METODOLOGÍA DE PRIMAS ESCALONADAS

**SISTEMA DE PERIODOS DE COBERTURA
PRIMAS ESCALONADAS**

Llamaremos un período de cobertura $[n, m]$ máximo, con respecto a una prima $\Pi_{[n, m]}$ determinada, si la reserva es función del tiempo no decreciente para $n \leq t \leq m$ y si una extensión, por pequeña que sea, del período de cobertura de $[n, m + \Delta]$ ($\Delta > 0$ arbitrariamente pequeño) condujera a una disminución de la reserva manteniendo constante la prima $\Pi_{[n, m]}$.

Con ayuda de la fórmula de recurrencia:

$$V_{(t+1)} = rV_{(t)} + \frac{1}{2}r \text{ (ingresos por primas - gastos)}$$

se puede determinar el punto final m del período de cobertura máximo $[n, m]$, dado el valor de la prima Π y el de la reserva inicial $V(n)$, en el instante que:

$$V_{(m-1)} \leq V_{(m)} > V_{(m+1)}$$

Una vez determinado el período de cobertura máximo $[n, m]$, podemos proceder a determinar la prima $\Pi_{[n, m]}$ correspondiente a este período de la siguiente manera:

$$\Pi_{[n, m]} = \frac{v^m B(m) - \delta v^n V(n) + \delta \int_n^m B(\tau) v^\tau d\tau}{v^m S(m) - \delta \int_n^m S(\tau) v^\tau d\tau}$$

donde

$$v = e^{-\delta}$$

δ : Es la intensidad o fuerza de interés.

$S(t)$: Es la base global de cálculo de las cotizaciones referida a la unidad de tiempo (suma de los salarios asegurados en el tiempo t referido a la unidad de tiempo).

$B(t)$: Es la función de los gastos.

$V(t)$: Es la reserva al tiempo t .

Si $\Pi_{[n, m]}$ se calcula así, se obtiene la reserva final $V(m)$ como se indica a continuación:

$$V(m) = \frac{1}{\delta} [B(m) - \Pi_{[n, m]} S(m)]$$

Podemos adecuar el modelo al caso discreto utilizando los siguientes valores:

$$\int_t^{t+1} S(\tau)v^\tau d\tau \cong v^{t+\frac{1}{2}}S(t+\frac{1}{2})$$

$$\int_t^{t+1} B(\tau)v^\tau d\tau \cong v^{t+\frac{1}{2}}B(t+\frac{1}{2})$$

donde $S(t+\frac{1}{2})$ y $B(t+\frac{1}{2})$ representan respectivamente las masas salariales y los gastos de un año, reportados a mitad del año $[t, t+1]$. Los valores aislados $S(m)$ y $B(m)$ resultan de:

$$S(m) \cong \frac{1}{2}\{S(m-\frac{1}{2})+S(m+\frac{1}{2})\}$$

$$B(m) \cong \frac{1}{2}\{B(m-\frac{1}{2})+B(m+\frac{1}{2})\}$$

Ahora podemos escribir la prima $\Pi_{[n,m]}$ en la forma siguiente:

$$\Pi_{[n,m]} = \frac{v^m B(m) - \delta v^n V(n) + \delta \sum_{t=n}^{m-1} v^{t+\frac{1}{2}} B(t+\frac{1}{2})}{v^m S(m) + \delta \sum_{t=n}^{m-1} v^{t+\frac{1}{2}} S(t+\frac{1}{2})}$$

lo que puede leerse de la siguiente forma:

La prima correspondiente al periodo $[n,m]$ es igual al cociente de:

La diferencia entre el valor presente actuarial de los gastos “B” y la reserva “V”, dividido entre el valor presente actuarial de las masas salariales “S”

Notas explicativas:

- a. No es sino hasta la presentación del informe final antes mencionado que la empresa consultora incorpora, por primera vez, la variable escala salarial, lo cual modifica tanto fórmulas matemáticas como proyecciones y balances actuariales.
- b. Aunque la fórmula anterior pareciera difícil de leer o interpretar, en realidad es una versión de la fórmula para calcular la prima media general. En efecto, nótese que los dos primeros sumandos del numerador corresponden al valor presente actuarial (VPA) de los gastos, a los cuales se les resta el VPA de la reserva. Todo lo anterior se divide luego por el VPA de los salarios para calcular la prima (escalonada) correspondiente al intervalo de tiempo (n,m) . El anexo 10 ofrece una descripción del método de primas escalonadas.

- c. Tanto la fórmula (4) de la página 17, como la fórmula (5) de la página 18 del presente informe, se utilizan para calcular una prima (escalonada) y no un rango donde deba ubicarse la prima a cobrar para financiar el régimen. Por lo tanto, se esperaría que para cada quinquenio, Nathal Actuarios y Consultores S.A. mostrara la prima (una cifra) y no un rango.